

Size effect on ductility of concrete in uniaxial and flexural compression

Efeito de escala na ductilidade do concreto sob compressão uniaxial e vigas armadas sob flexão



J.U.A. BORGES ^a
borgesu@yahoo.com.br

T. N. BITTENCOURT ^b
tulio.bittencourt@poli.usp.br

Abstract

This paper presents an analytical approach to predict the size (slenderness) effect on the post-peak ductility of concrete in compression. The approach takes into account the specimen height in the calculation of the ductility of plain concrete under uniaxial compression and the uniform moment zone length in the calculation of the ductility of reinforced concrete beams. The uniaxial compressive response of concrete is considered using a strain localization-based approach that accounts for the size-dependent stress-strain response. The compressive response of concrete is modeled by dividing the response into undamaged and damaged sections. These different responses are used in the formulation of a simple approach for predicting the size-dependent moment-curvature response of reinforced beams under pure bending. The decrease in post-peak ductility of longer reinforced concrete beams is captured by accounting for the effects of damage localization in the compression zone of the beam. In addition, an experimental investigation of high performance concrete beams with different sizes was carried out, the results of which indicated the occurrence of the size effect. The predicted responses were found to correlate reasonably well with the experimental ones.

Keywords: concrete; ductility; size effect; strain localization.

Resumo

Este artigo apresenta um modelo analítico para a previsão do efeito de escala na ductilidade pós-pico do concreto comprimido. O modelo leva em conta a altura do corpo-de-prova no cálculo da ductilidade do concreto simples sob compressão uniaxial e o comprimento da zona de momento fletor uniforme no cálculo da ductilidade de vigas armadas sob flexão pura. A resposta do concreto à compressão é considerada utilizando a idéia de localização de deformações e uma curva tensão-deformação dependente do tamanho do corpo-de-prova. A modelagem é feita dividindo-se o corpo-de-prova em zonas danificadas e não-danificadas, as quais apresentam respostas distintas. Estas diferentes respostas são introduzidas numa formulação simples para a previsão do efeito de escala no diagrama momento-curvatura de vigas de concreto armado sob flexão pura. Os resultados experimentais de ensaios laboratoriais foram adequadamente previstos pelo modelo proposto.

Palavras-chave: concreto; ductilidade; efeito de escala; localização de deformações.

^{a,b} Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Av. Prof. Almeida Prado, trav. 2, n. 83, Cidade Universitária, São Paulo-SP, Brasil, 05508-900

1 Introdução

A ductilidade de vigas de concreto armado depende de vários fatores, dentre os quais podem-se citar a resistência do concreto, a quantidade e o tipo de armadura utilizada e a geometria da seção transversal. Além disso, a curva tensão-deformação do concreto sob compressão pode influenciar bastante a ductilidade de peças de concreto armado. Nesse sentido, para a correta previsão do comportamento mecânico e da ductilidade de pilares e vigas de concreto armado, é necessário um conhecimento adequado da lei constitutiva do concreto, incluindo o ramo pós-pico (ramo descendente da curva tensão-deformação). Infelizmente, até o presente momento a contribuição da resposta do concreto à compressão na ductilidade pós-pico de uma viga de concreto armado ainda não foi suficientemente investigada nem claramente entendida.

Assim como no caso do fraturamento por tração, o colapso do concreto por compressão envolve um processo de amolecimento pós-pico, o qual é denotado pela queda gradual da capacidade de carga após o pico. O colapso por

compressão é acompanhado do desenvolvimento de uma zona de dano localizado como mostrado na Figura 1a. Essa zona de dano ocupa uma certa porção do corpo-de-prova, enquanto que as partes restantes do mesmo sofrem um descarregamento após o pico, isto é, ocorre uma localização de deformações no ramo pós-pico. Como o tamanho da zona de dano independe do tamanho do corpo-de-prova, corpos-de-prova maiores terão uma zona de descarregamento relativamente maior, o que faz com que a curva completa tensão-deformação apresente um efeito de escala na ductilidade.

Estendendo o raciocínio anterior à uma viga de concreto armado sob flexão pura, pode-se por analogia imaginar a ocorrência da localização de deformações na zona comprimida ao longo do eixo da viga. Como resultado, a resposta do concreto na zona comprimida dependerá do tamanho relativo da zona de dano em comparação com a zona de momento fletor uniforme, como mostrado na Figura 1b. Isso implica que a viga com uma zona de momento uniforme maior terá um comportamento pós-pico mais frágil.

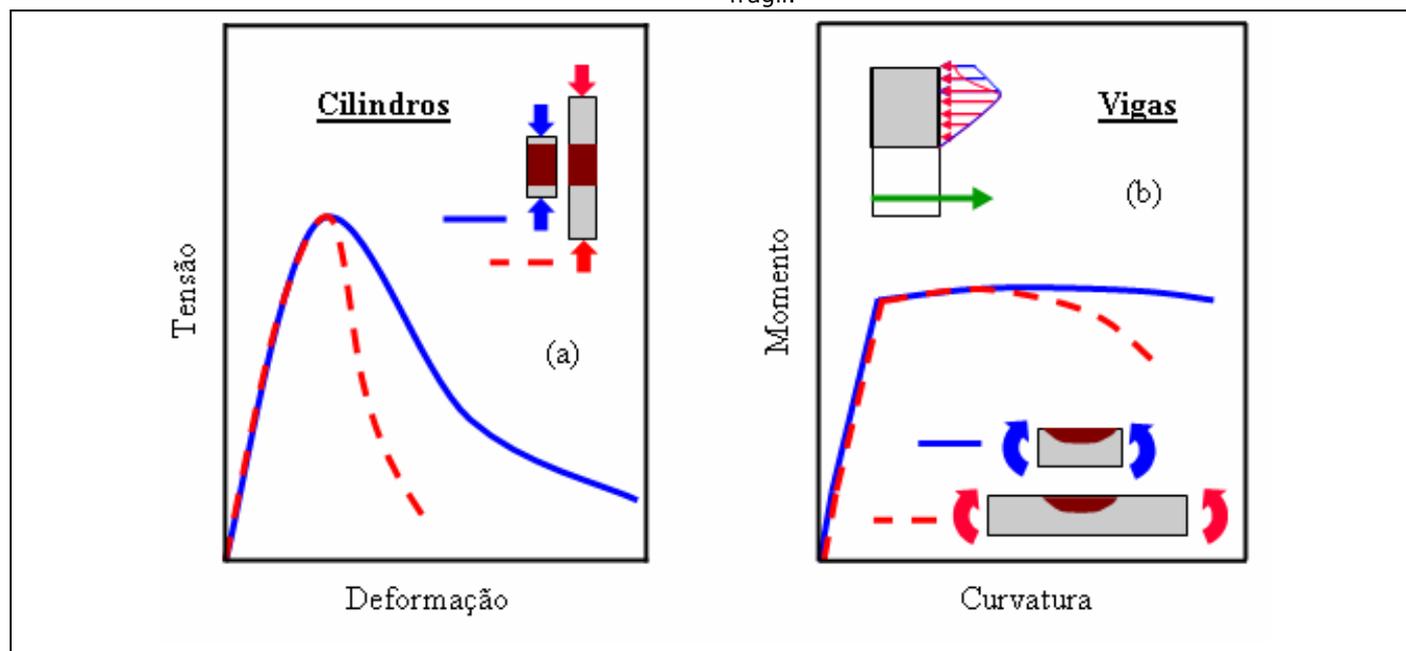


Figure 1 – Size effect: analogy between uniaxial compression and pure bending.

2 Comportamento do concreto sob compressão uniaxial

O tipo de modelagem utilizado neste trabalho é conceitualmente similar ao proposto previamente para localização de deformações sob carregamento de tração (HILLERBORG et al. [1]; BAŽANT [2]). Para ilustrar o modelo de localização aqui proposto, considere-se o corpo-de-prova relativamente esbelto da Figura 2. Na ausência da influência das condições de contorno, a deformação longitudinal pode ser considerada uniforme ao longo de todo o corpo-de-prova até a carga de pico. O modelo é formulado admitindo-se o desenvolvimento de uma zona localizada de dano quando a tensão máxima é atingida, de tal forma que a partir do pico todo o processo de danificação e amolecimento se concentra na zona de dano,

enquanto que nas regiões fora dessa zona o material é descarregado linearmente, com uma inclinação igual ao módulo tangente na origem. Após o pico, o deslocamento total do corpo-de-prova é obtido pela soma dos deslocamentos dentro e fora da zona de dano. Isso significa que os comportamentos pós-pico da zona de dano e da zona de descarregamento podem ser separados e tratados de forma independente.

É necessário adotar um valor para o comprimento da zona de dano ou tentar estimá-lo por meio de observações visuais do corpo-de-prova na carga de pico ou no colapso. Alguns pesquisadores apresentaram valores variando de 2,0 a 2,5 vezes o diâmetro do corpo-de-prova ao final dos ensaios, baseados em observações visuais (ROKUGO e KOYANAGI [3]; JANSEN e SHAH [4]). Outros sugeriram que

essa zona é menor durante a etapa mais relevante da localização, atingindo os valores previamente citados somente após a ruptura completa do corpo-de-prova (TAERWE [5]; AULIA [6]). Essa hipótese parece ser validada por observações experimentais da distribuição interna de fissuras ao longo da altura do corpo-de-prova antes e após a carga de pico, feitas por meio do fatiamento transversal dos corpos-de-prova e posterior análise em microscópio (SHAH e SANKAR [7]). Neste trabalho, o comprimento L_D da zona de dano é tomado igual a 1,5 vezes o diâmetro do corpo-de-prova durante o processo de localização de deformações.

onde ε é a deformação média global do corpo-de-prova medida nos ensaios, ε_u é a deformação relativa à zona de descarregamento, L é a altura do corpo-de-prova, L_D é o comprimento da zona de dano e ε_D é a deformação inelástica adicional da zona de dano, a qual é considerada o parâmetro característico do material introduzido no modelo. Devido à hipótese de que a localização ocorre a partir da tensão máxima, até o pico o corpo-de-prova pode ser tratado como um contínuo e a deformação é considerada uniforme ao longo do mesmo. Para o descarregamento linear adotado, a deformação pós-pico na zona de descarregamento resulta:

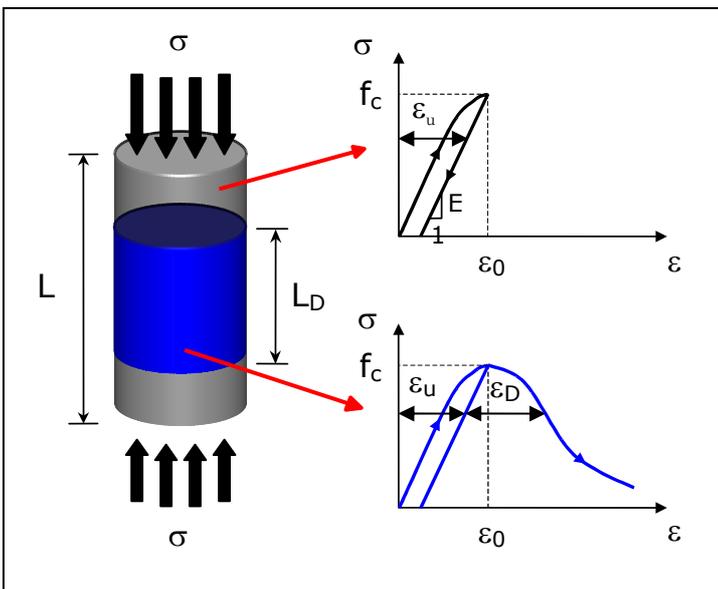


Figura 2 – Modelo proposto para localização de deformações na compressão uniaxial.

O comportamento do corpo-de-prova como um todo é dado pela composição das curvas relativas às zonas de descarregamento e de dano (Figura 2). Para qualquer corpo-de-prova contendo uma zona de dano, o deslocamento pós-pico do mesmo é dado por:

$$\delta = \varepsilon L = \varepsilon_u L + \varepsilon_D L_D \tag{1}$$

$$\varepsilon_u = \varepsilon_0 - \frac{f_c - \sigma}{E} \tag{2}$$

onde ε_0 é a deformação correspondente à carga de pico; f_c e E são a resistência à compressão e o módulo de elasticidade inicial do concreto, respectivamente.

Combinando-se as Eq. (1) e (2), a deformação axial global do corpo-de-prova para $L \geq L_D$ é dada por:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{f_c - \sigma}{E} + \frac{\varepsilon_D L_D}{L} \tag{3}$$

Para $L < L_D$, o efeito de escala desaparece e a deformação é dada por:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{f_c - \sigma}{E} + \varepsilon_D \tag{4}$$

Portanto, conhecendo-se a extensão L_D da zona de dano e o parâmetro característico ε_D do material, obtém-se a curva completa tensão-deformação, cujo efeito de escala está evidenciado no último termo do lado direito da Eq. (3), o qual depende da altura L do corpo-de-prova. Pode-se notar que a Eq. (3) prevê deformações pós-pico menores com o aumento da altura do corpo-de-prova, condizente com o que é observado experimentalmente.

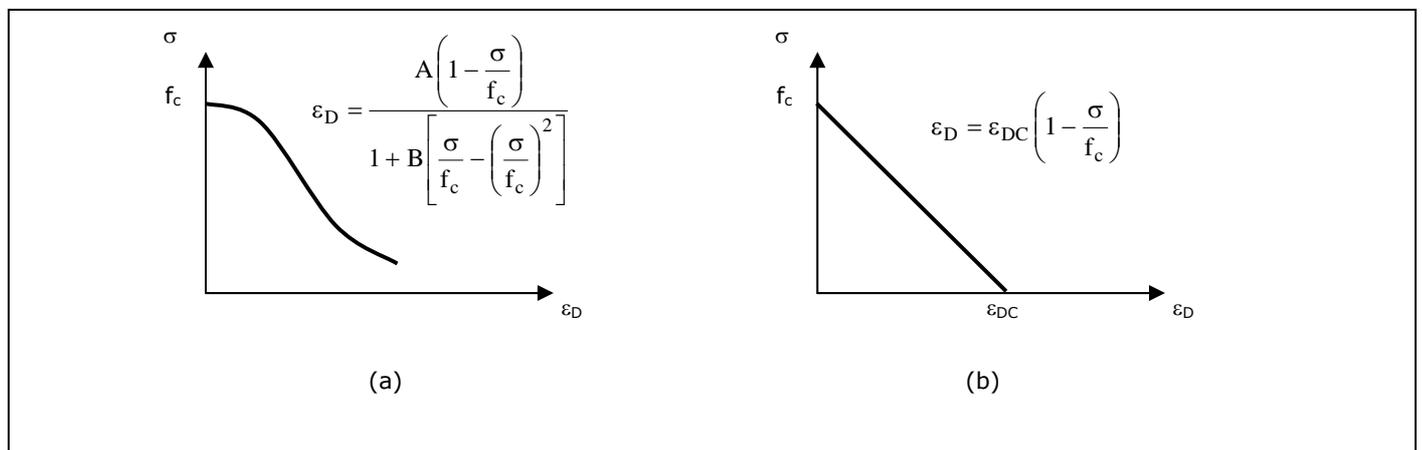


Figura 3 – Possíveis curvas de amolecimento da zona de dano: a) racional; b) linear.

O parâmetro ϵ_D para um dado material pode ser determinado a partir de ensaios de compressão uniaxial onde se deve medir a deformação (ou o encurtamento) do corpo-de-prova ao longo de todo o ensaio, incluindo o ramo pós-pico. A medida deve ser efetuada de extremidade a extremidade do corpo-de-prova. De acordo com a Eq. (3), pode-se escrever:

$$\epsilon_D = (\epsilon - \epsilon_0 + \frac{f_c - \sigma}{E}) \frac{L}{L_D} \quad (5)$$

Uma vez determinado experimentalmente o valor de ϵ_D para vários concretos, é desejável estabelecer, se possível, uma relação entre ϵ_D e a resistência à compressão f_c . Dessa forma, pode-se aplicar diretamente o valor estimado de ϵ_D na Eq. (3) para simular o efeito de escala na ductilidade pós-pico. Para fins de simplificação, uma curva de amolecimento linear foi adotada neste trabalho, de acordo com a Figura 3b. Essa curva exige a determinação de apenas um parâmetro do material, qual seja a deformação crítica de dano ϵ_{DC} . Outras formas para a curva de amolecimento (Figura 3a) podem conduzir a resultados mais precisos (BORGES e BITTENCOURT [8]), porém para fins práticos uma curva linear pode ser utilizada satisfatoriamente.

3 Determinação da Deformação Crítica de Dano

Três séries de ensaios à compressão uniaxial da literatura foram utilizadas para a formulação de uma equação empírica para o cálculo do parâmetro ϵ_{DC} . Esses ensaios compreenderam concretos com resistências à compressão na faixa de 40 a 100 MPa.

JANSEN e SHAH [4] realizaram ensaios com corpos-de-prova cilíndricos de diferentes tamanhos (relação de esbelteza $L/d = 2,0; 2,5; 3,5; 4,5$ e $5,5$; L é a altura do corpo-de-prova e d o seu diâmetro). As curvas tensão-deformação experimentais para os concretos de resistência média (50 MPa) e alta (90 MPa) estão mostradas como curvas sólidas na Figura 4. Pode-se observar que a resposta pré-pico de todos os corpos-de-prova é praticamente idêntica, enquanto que na região pós-pico a ductilidade é reduzida para os corpos-de-prova mais esbeltos. Note-se que os corpos-de-prova com $L/d = 2,0$ foram desconsiderados devido à influência de condições de contorno (atrito no contato com os pratos da máquina de ensaios).

A influência do tamanho do corpo-de-prova na ductilidade pós-pico foi também investigada por ROKUGO e KOYANAGI [3] por meio de ensaios com prismas de concreto com diferentes relações de esbelteza e resistência à compressão de 40 MPa. Os corpos-de-prova tinham uma seção transversal de 75 x 75 mm e relações de esbelteza $L/d = 1,0; 2,0; 4,0$ e $6,0$. Os corpos-de-prova com $L/d = 1,0$ foram descartados na presente análise devido ao significativo efeito de confinamento causado pelo atrito com os pratos da máquina de ensaios. As curvas tensão-deformação experimentais estão mostradas na Figura 5, na qual pode ser claramente observado o efeito de escala na ductilidade pós-pico.

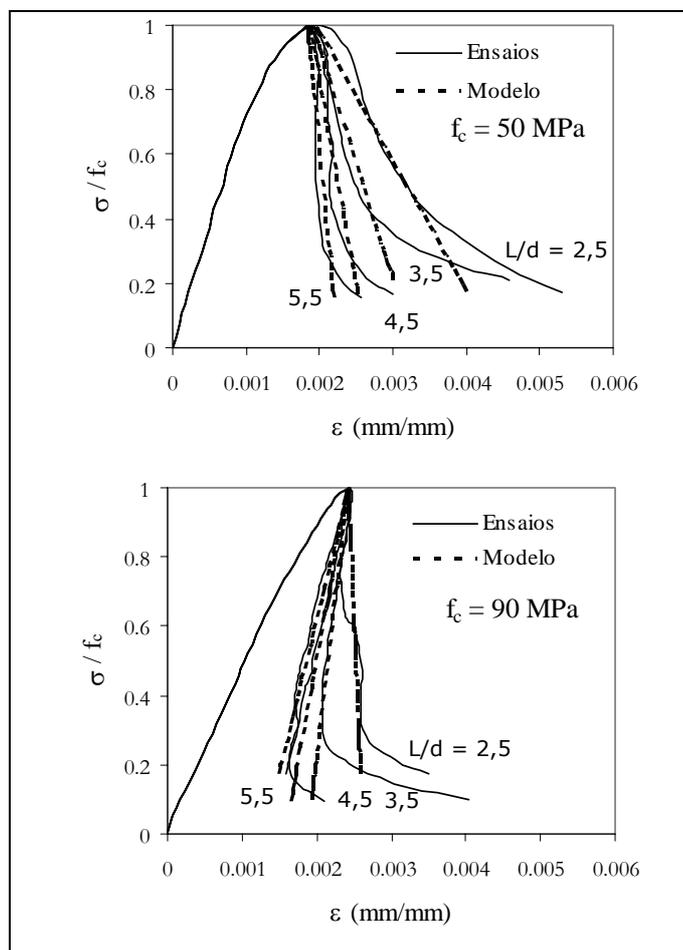


Figura 4 – Curvas tensão-deformação teóricas e experimentais (ensaio de JANSEN e SHAH).

A terceira série de ensaios considerada foi a executada por MARKESET [9] para um concreto com resistência à compressão de 100 MPa. Os corpos-de-prova eram cilíndricos com um diâmetro de 100 mm e alturas de 200, 300 e 400 mm, resultando em relações de esbelteza $L/d = 2,0; 3,0$ e $4,0$, respectivamente. A influência do tamanho na ductilidade pós-pico pode ser observada nas curvas experimentais (linhas sólidas) da Figura 6.

As curvas teóricas previstas pela Eq. (3) utilizando amolecimento linear são mostradas nas Figuras 4, 5 e 6 como linhas pontilhadas. Pode ser observada uma boa concordância entre as curvas experimentais e teóricas.

Os valores de ϵ_{DC} estão expressos na Tabela 1 para as três séries de ensaios.

Tabela 1 – Valores de ϵ_{DC} .

Pesquisador	f_c (MPa)	ϵ_{DC}
Jansen e Shah (1997)	45	0,0067
	90	0,0038
Rokugo e Koyanagi (1992)	40	0,0083
Markeset (1994)	100	0,0043

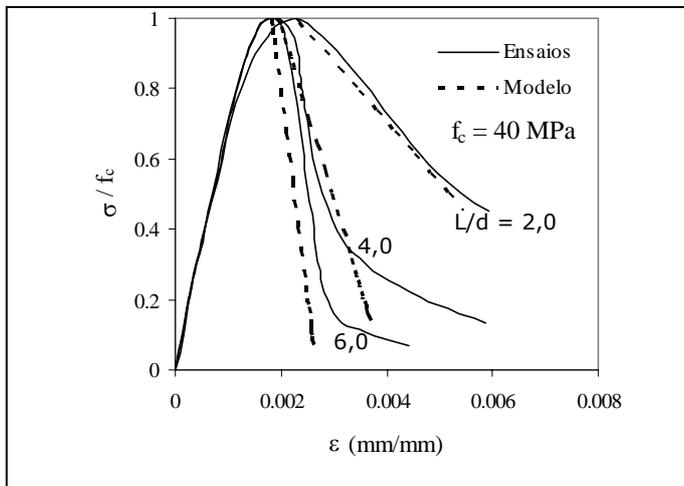


Figura 5 – Curvas tensão-deformação teóricas e experimentais (ensaios de ROKUGO e KOYANAGI).

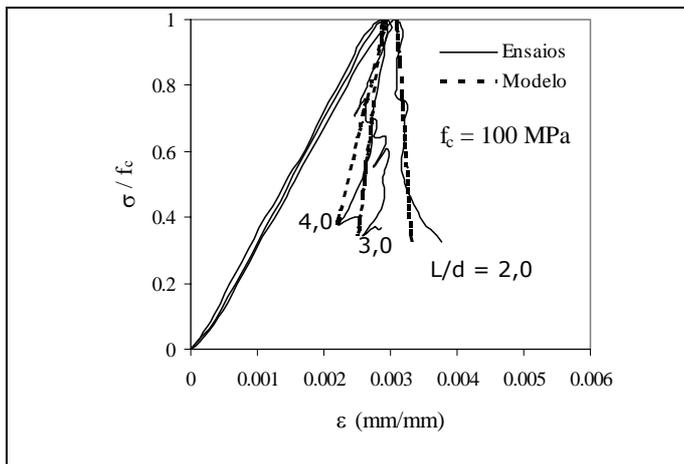


Figura 6 – Curvas tensão-deformação teóricas e experimentais (ensaios de MARKESET).

A variação de ϵ_{DC} com a resistência à compressão do concreto está mostrada na Figura 7.

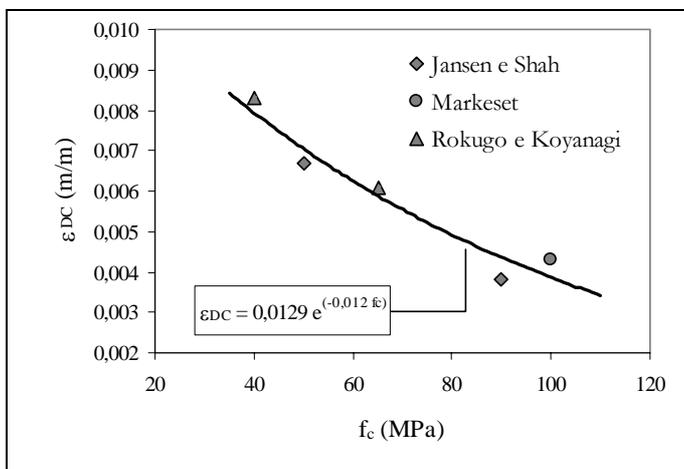


Figura 7 – Variação de ϵ_{DC} com f_c .

A partir destes resultados, propõe-se a seguinte equação para a estimativa da deformação crítica de dano para o concreto simples:

$$\epsilon_{DC} = 0,0129 e^{(-0,012 f_c)} \quad (6)$$

A equação proposta prevê um comportamento mais frágil com o aumento da resistência à compressão do concreto, condizente com as observações experimentais. Há de se admitir que esses poucos resultados experimentais utilizados para obter a Eq. (6) ainda são insuficientes para estabelecer uma equação definitiva, porém até o presente momento essas são as únicas séries de ensaios de corpos-de-prova com diferentes tamanhos voltados à investigação do efeito de escala. À medida que novos resultados experimentais forem sendo divulgados a equação proposta poderá ser melhor avaliada.

4 Extension Extensão do Modelo a Vigas Armadas sob Flexão Pura

Considerando o efeito de escala na curva pós-pico do concreto sob compressão uniaxial, parece razoável traçar uma analogia entre as situações ilustradas nas Figuras 1a e 1b. Se as curvas tensão-deformação mostradas na Figura 1a forem utilizadas para estimar a resposta à flexão de vigas com seções transversais idênticas mas com diferentes comprimentos da região de momento fletor uniforme (isto é, diferentes relações de esbelte da zona de momento uniforme), diferentes respostas momento-curvatura após o pico são obtidas (Figura 1b), com as vigas mais esbeltas apresentando uma redução na ductilidade pós-pico. É importante lembrar que a curvatura de uma seção transversal é igual à deformação da fibra mais comprimida dividida pela altura da linha neutra, que é usualmente considerada a mesma para vigas com geometria da seção transversal e propriedades materiais semelhantes.

O processo de localização de deformações na zona comprimida de uma viga está ilustrado na Figura 8. Uma das diferenças essenciais em relação ao caso de compressão uniaxial é o tamanho da zona de dano. No caso de compressão excêntrica e/ou flexão, admite-se que o comprimento L_D da zona de dano seja proporcional à profundidade da linha neutra. Essa hipótese também foi sugerida por HILLERBORG [10] e MARKESET [9]. Em uma investigação experimental recente com vigas de diversos tamanhos submetidas a flexão em quatro pontos, WEISS et al. [11] encontraram experimentalmente um valor de L_D igual a quatro vezes a profundidade da linha neutra na carga de pico. Esse valor foi confirmado nos ensaios realizados recentemente por BORGES [12].

Os conceitos do modelo de localizações proposto podem então ser estendidos ao vão de momento uniforme considerando-se seções transversais com dois comportamentos distintos, conforme ilustrado na Figura 9. As hipóteses básicas são as seguintes:

1. Seções planas permanecem planas após a deformação.
2. A curva tensão-deformação a ser utilizada na zona de dano é aquela obtida de ensaios à compressão uniaxial, devidamente ajustada para levar em conta a influência de gradientes de deformação, se necessário.
3. O comprimento L sobre o qual a deformação global pós-pico deve ser medida é igual ao comprimento L_M da zona de momento uniforme.

4. A deformação global pós-pico na fibra mais comprimida é dada pela somatória dos deslocamentos dentro e fora da zona de dano, dividida pelo vão de momento uniforme.
5. Para a zona de dano é adotada uma curva de amolecimento linear (Figura 3b).
6. A resposta da armadura é considerada elasto-plástica perfeita, isto é, uma curva tensão-deformação bilinear é adotada. Para as seções fora da zona de dano, é adotado um descarregamento linear da armadura.

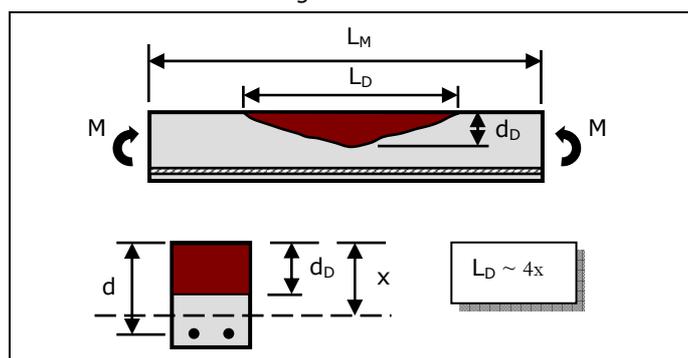


Figura 8 – Localização de deformações em uma viga sob momento uniforme.

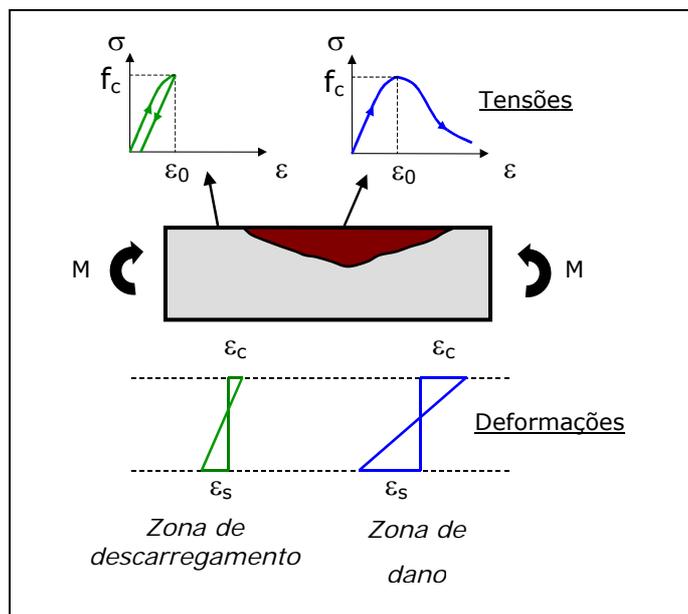


Figura 9 – Distribuição de tensões e deformações ao longo do vão de momento uniforme.

A resposta pós-pico do concreto dentro da zona de dano é determinada inserindo-se $L = L_D$ na Eq. (3). Combinando-se a curva de amolecimento linear da Figura 3b com a Eq. (3), a relação tensão-deformação na fibra mais comprimida de uma seção transversal contida na zona de dano pode ser escrita como:

$$\sigma = \frac{\epsilon_{DC,f} - \epsilon_{LD} + \epsilon_0 - \frac{f_c}{E}}{\frac{\epsilon_{DC,f}}{f_c} - \frac{1}{E}} \quad (7)$$

onde $\epsilon_{DC,f}$ é a deformação crítica de dano na flexão e ϵ_{LD} é a deformação pós-pico na zona de dano.

Deve-se salientar que a resposta tensão-deformação do concreto em uma peça fletida é diferente daquela em uma peça sob compressão uniaxial devido à presença de um gradiente de deformações. Dois efeitos podem ser destacados: (a) o concreto na zona comprimida de uma viga está submetido a diferentes deformações dependendo da posição da fibra em relação à linha neutra da seção, com a deformação variando de zero na linha neutra até um máximo na fibra extrema; (b) as fibras menos solicitadas exercem um efeito de confinamento sobre as fibras mais solicitadas, resultando em uma curva tensão-deformação tipicamente mais dúctil na flexão. Para levar em conta esse efeito, o valor da deformação crítica de dano na flexão é tomado igual a duas vezes o valor relativo à compressão uniaxial, ou seja, $\epsilon_{DC,f} = 2 \epsilon_{DC}$.

Para um dado momento fletor, a deformação global equivalente na fibra mais comprimida da viga é determinada pela soma dos deslocamentos dentro e fora da zona de dano, dividida pelo comprimento L_M da zona de momento uniforme. Portanto:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_u (L_M - L_D) + \epsilon_{LD} L_D}{L_M} \quad (8)$$

5 Investigação Experimental

Uma investigação experimental foi efetuada no Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais da Escola Politécnica da USP (LEM-EPUSP) para verificar a validade do modelo proposto para prever a resposta à flexão de vigas com diferentes comprimentos da zona de momento uniforme. Doze vigas foram planejadas e moldadas para esta investigação. As vigas eram simplesmente apoiadas e foram ensaiadas à flexão em quatro pontos, conduzindo a uma região central com momento fletor uniforme. A resistência à compressão do concreto e a tensão de escoamento da armadura para todas as vigas foram 110 MPa e 560 MPa, respectivamente. As variáveis dos ensaios foram o tamanho da viga (três tamanhos diferentes – séries S, M e L), e a taxa de armadura de flexão utilizada (baixa e alta – LR e HR). Para cada combinação única, os ensaios foram duplicados para se obter resultados confiáveis, resultando num total de doze vigas. Com essa combinação é possível verificar as diferenças de comportamento entre vigas normalmente armadas (que apresentam um patamar de escoamento mais longo e bem definido) e aquelas com altas taxas de armadura (nas quais o patamar de escoamento é relativamente curto ou até mesmo inexistente). As vigas foram dimensionadas de forma a se obter o colapso por flexão seja no Domínio 3, com o escoamento da armadura e posterior esmagamento do concreto comprimido, seja na vizinhança do Domínio 4, com a ruptura brusca da zona comprimida imediatamente após a armadura entrar no escoamento. Para isso, as regiões sujeitas a força cortante foram dimensionadas com uma elevada taxa de estribos de forma a evitar o colapso por cisalhamento. Três valores para o comprimento L_M da zona de momento uniforme foram adotados: 300, 500 e 700 mm. O valor do vão de cisalhamento foi mantido constante para todas as vigas

($a = 650$ mm). A armadura das vigas está esquematizada na Figura 10. O cobrimento de concreto na face inferior das vigas foi de 15 mm.

Para a determinação das propriedades mecânicas relevantes, foram moldados doze corpos-de-prova cilíndricos de 10×20 cm para ensaios de compressão simples e módulo de elasticidade, três corpos-de-prova cilíndricos de 15×30 cm para ensaios de compressão diametral e cinco corpos-de-prova prismáticos de $10 \times 10 \times 40$ cm para ensaios de flexão em quatro pontos para a determinação do módulo de ruptura. Os corpos-de-prova cilíndricos foram desmoldados após 24 horas, sendo então mantidos em um tanque de água por 7 dias e posteriormente numa câmara de cura com temperatura de

23 ± 2 °C e umidade relativa do ar maior ou igual a 95%. Os corpos-de-prova de controle foram ensaiados aos 56 dias de idade. Os corpos-de-prova prismáticos para determinação do módulo de ruptura foram desmoldados após 7 dias, sendo então mantidos ao ar livre cobertos com sacos de aniagem e lonas plásticas, as quais foram molhadas em intervalos regulares. A temperatura ambiente durante a fase de cura foi de aproximadamente 30 °C. Esses corpos-de-prova também foram ensaiados aos 56 dias de idade. Na Tabela 2 está mostrada a dosagem do concreto. O aditivo superplastificante utilizado era da marca MBT tipo Glenium 51 e o fumo de sílica era do tipo amorfa da marca Silmix, utilizado numa proporção de 11,5 % do peso de cimento.

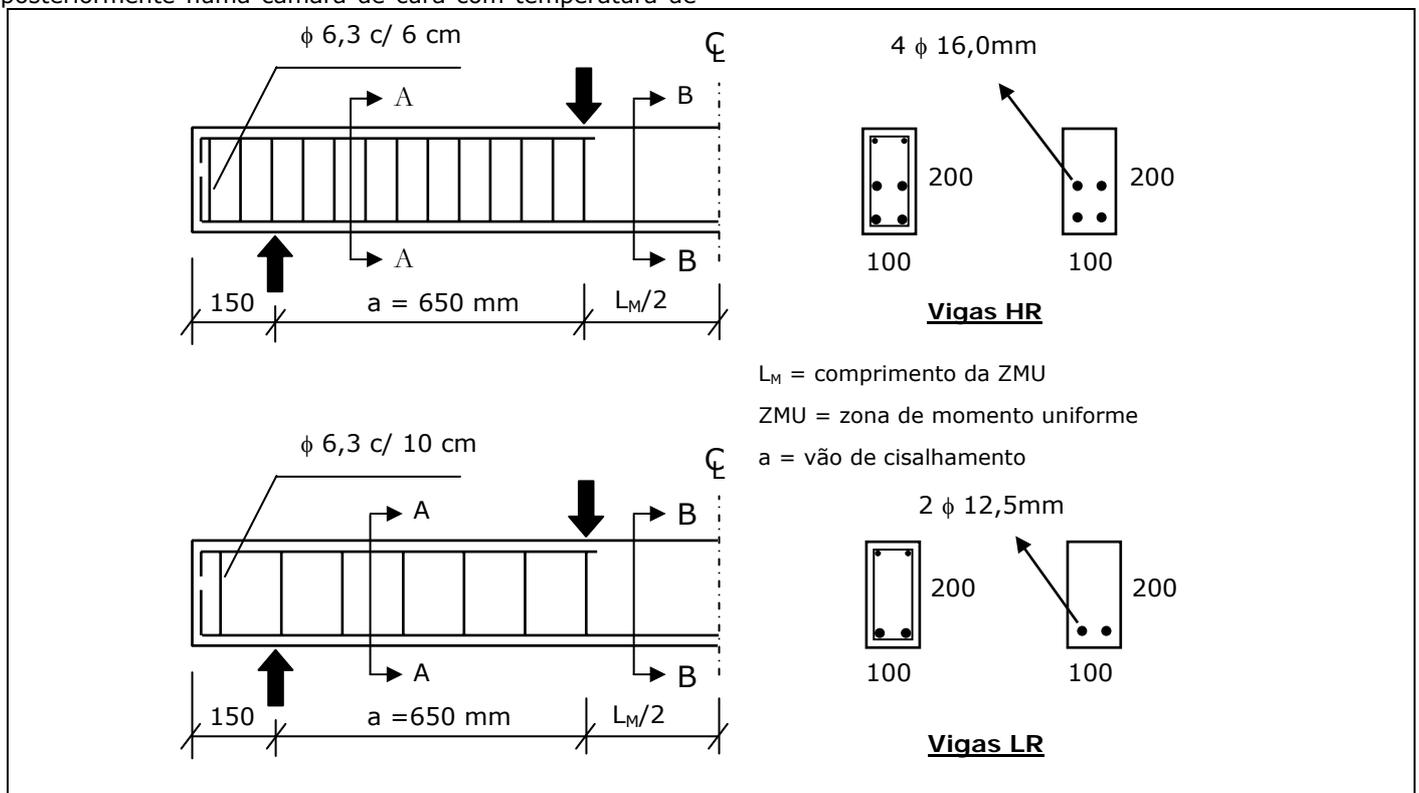


Figura 10 – Armaduras e seções transversais das vigas ensaiadas.

Nas Tabelas 3 e 4 são apresentados, respectivamente, os dados geométricos e mecânicos das vigas e as propriedades mecânicas do aço e do concreto. Na Tabela 3, ρ_b é a taxa de armadura correspondente ao limite entre os Domínios 3 e 4, calculada utilizando-se o diagrama retangular simplificado da NBR-6118, e a é a distância entre o apoio e a carga concentrada mais próxima, como visto na Figura 10. Na Tabela 4, f_c é a resistência à compressão do concreto, E_c é o módulo de elasticidade inicial do concreto, f_r é a resistência à tração na flexão (módulo de ruptura) do concreto, f_{sp} é a resistência à tração indireta (compressão diametral) do concreto, f_y é a tensão de escoamento do aço e E_s é o módulo de elasticidade do aço. As normas cujos procedimentos foram utilizados para a medição de f_c , E_c , f_r e f_{sp} foram, respectivamente, a NBR-5738/94, NBR-8522/84, NBR-12142/92 e NBR-7222/94. Para efeito de comparação, são mostrados na Tabela 5 os valores experimentais de E_c , f_r e f_{sp} e os valores previstos pelo Projeto de Revisão da

Tabela 2 – Dosagem utilizada (para 1 m³ de concreto).

f_c	110 MPa
Relação água/cimento (a/c)	0,26
Cimento (CP2E-40) (kg)	653,0
Areia artificial (kg)	804,0
Pedrisco (kg)	122,0
Brita 1 (kg)	1105,0
Água (litros)	192,0
Superplastificante (litros)	5,0
Fumo de sílica (kg)	75,0
Slump obtido (mm)	115,0

NBR-6118/2001 e pelo ACI 363R-92. Pode-se observar que o Projeto de Revisão da NBR-6118 superestimou os valores de E_c , f_r e f_{sp} em 29%, 24% e 47%, respectivamente. Já o

ACI 363R-92 forneceu valores adequados para E_c e f_{sp} e superestimou em 24% o valor de f_r .

Tabela 3 – Geometria e taxa de armadura das vigas ensaiadas.

Viga	Dimensões				Taxa de Armadura		
	b (mm)	h (mm)	d (mm)	a (mm)	L (mm)	ρ (%)	ρ / ρ_b
HR-L1	100	200	125,2	650	2000	6,67	0,96
HR-L2	100	200	125,2	650	2000	6,67	0,96
HR-M1	100	200	125,2	650	1800	6,67	0,96
HR-M2	100	200	125,2	650	1800	6,67	0,96
HR-S2	100	200	125,2	650	1600	6,67	0,96
LR-L1	100	200	172,3	650	2000	1,42	0,21
LR-L2	100	200	172,3	650	2000	1,42	0,21
LR-M1	100	200	172,3	650	1800	1,42	0,21
LR-M2	100	200	172,3	650	1800	1,42	0,21
LR-S1	100	200	172,3	650	1600	1,42	0,21
LR-S2	100	200	172,3	650	1600	1,42	0,21

Tabela 4 – Propriedade mecânicas do concreto e do aço.

Viga	f_c (MPa)	E_c (MPa)	f_r (MPa)	f_{sp} (MPa)	f_y (MPa)	E_s (MPa)
HR-L1	107,5	45021	7,85	5,08	560	183688
HR-L2	107,5	45021	7,85	5,08	560	183688
HR-M1	107,5	45021	7,85	5,08	560	183688
HR-M2	107,5	45021	7,85	5,08	560	183688
HR-S2	107,5	45021	7,85	5,08	560	183688
LR-L1	107,5	45021	7,85	5,08	587	195234
LR-L2	107,5	45021	7,85	5,08	587	195234
LR-M1	107,5	45021	7,85	5,08	587	195234
LR-M2	107,5	45021	7,85	5,08	587	195234
LR-S1	107,5	45021	7,85	5,08	587	195234
LR-S2	107,5	45021	7,85	5,08	587	195234

Tabela 5 – Propriedades do concreto: comparação entre valores experimentais e teóricos.

$f_c = 107,7$ MPa	Exp.	NBR-6118/2001	ACI 363R-92
E_c (MPa)	45021	58055	41319
f_r (MPa)	7,85	9,72	9,75
f_{sp} (MPa)	5,08	7,46	5,60

O aço utilizado tanto para a armadura de flexão como para os estribos foi o CA-50. Para a série HR, foram utilizadas barras de 16,0 mm de diâmetro para a armadura longitudinal de flexão, enquanto que para a série LR barras de 12,5 mm foram utilizadas. O diâmetro dos estribos para

todas as vigas foi de 6,3 mm. Nos ensaios de tração uniaxial, todas as barras apresentaram um patamar de escoamento bem definido. A resposta típica das barras de aço nos ensaios de tração uniaxial está mostrada na Figura 11.

As vigas foram moldadas em uma camada e a compactação foi feita com um vibrador mecânico de imersão. A desforma foi efetuada após 7 dias, mantendo-se então as vigas ao ar livre cobertas com sacos de aniagem e lonas plásticas, as quais foram constantemente molhadas para obter uma boa cura para o concreto. A temperatura ambiente durante a fase de cura foi de aproximadamente 30 °C. As vigas foram instrumentadas 1 dia antes dos ensaios, os quais foram realizados aos 120 dias de idade.

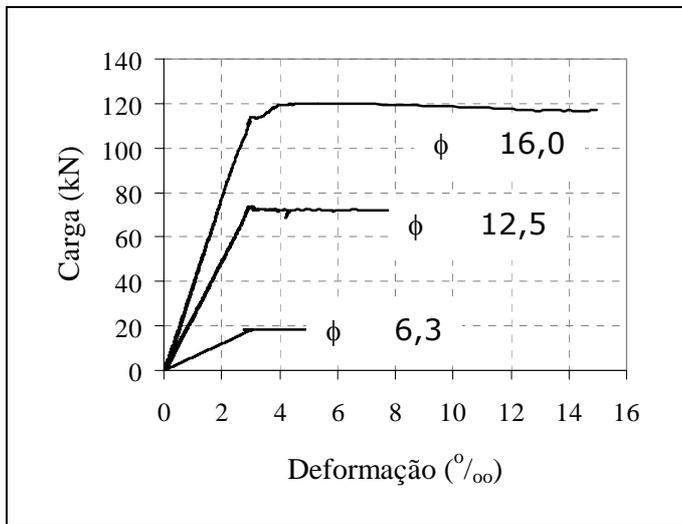


Figura 11 – Curvas típicas carga x deformação das barras de aço CA-50 utilizadas.

O ensaio foi executado por meio de uma máquina digital de ensaios servo-controlada da marca Dartec com capacidade de 250 kN e controlado pelo deslocamento vertical do atuador da máquina a uma taxa de 0,01 mm/s até o atingimento do patamar de escoamento e 0,001 mm/s daí por diante. Dependendo das características mecânicas e geométricas da viga ensaiada, a duração de cada ensaio situou-se entre 3 e 5 horas. Além dos sinais da célula de

carga e do deslocamento vertical do atuador da máquina (*stroke*), diversos sensores posicionados na região de momento fletor uniforme foram utilizados para coletar informações sobre o comportamento da viga ensaiada, num total de 23 sinais adquiridos por ensaio. Os sensores foram distribuídos da seguinte forma: 9 extensômetros elétricos de resistência (*strain gages*) com comprimento de 20 mm, colados ao longo da face superior da viga para verificar o fenômeno de localização de deformações no concreto comprimido; 3 *strain gages* com comprimento de 5 mm, colados numa das barras da armadura longitudinal em três pontos distintos; 7 LVDT's (sensores para medição de deslocamentos lineares) fixados na face lateral da viga para medir as deformações ao longo da altura da viga; 1 LVDT posicionado na face superior da viga com base de medida (comprimento inicial) igual ao comprimento da zona de momento fletor uniforme, com o intuito de obter a deformação global da fibra superior; 1 LVDT posicionado sob a viga para medir o deslocamento vertical no meio do vão.

Todos os sinais foram adquiridos de forma contínua a uma frequência de 5 Hz por um sistema de aquisição de dados composto de um microcomputador e um condicionador de sinais da marca Lynx tipo ADS2000. O arranjo geral do ensaio bem como o esquema de instrumentação está mostrado na Figura 12, enquanto que a Figura 13 apresenta a vista lateral e uma perspectiva da região de momento uniforme com a instrumentação já posicionada.

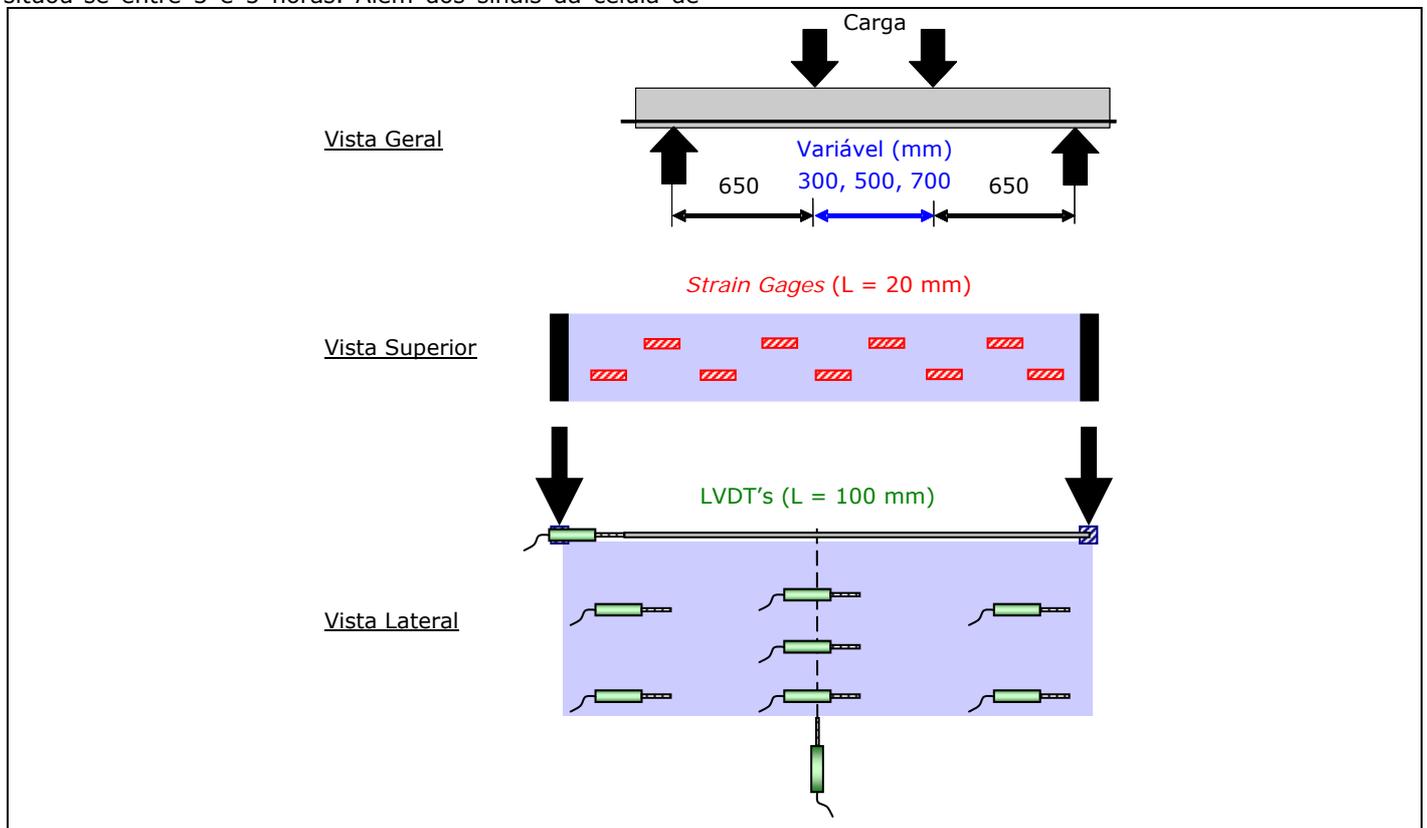


Figura 12 – Arranjo de ensaio e esquema de instrumentação na zona de momento uniforme.

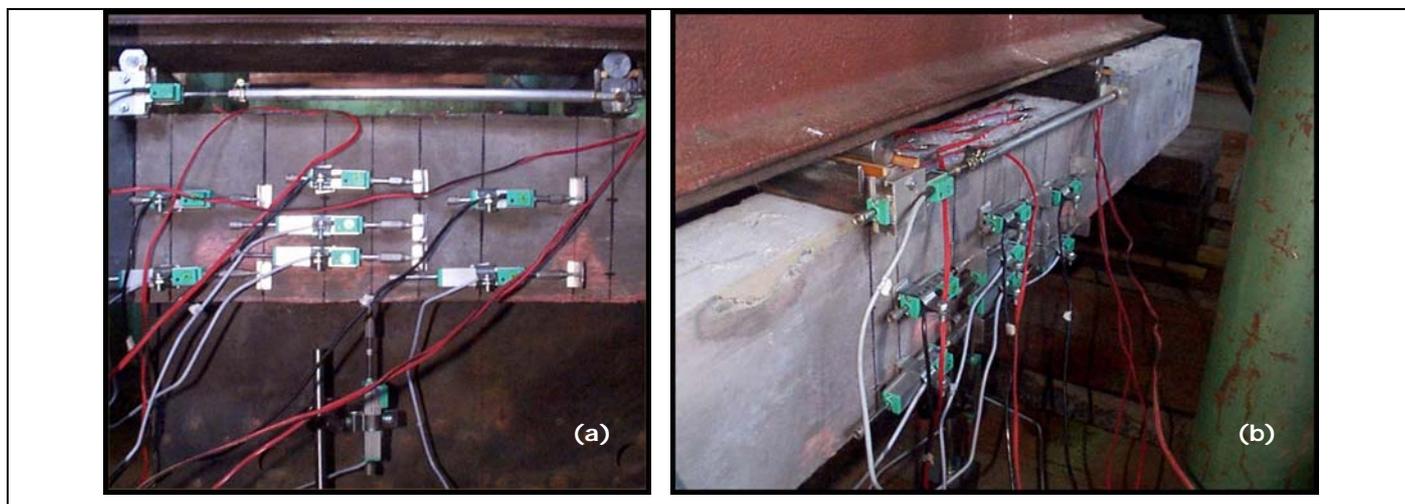


Figura 13 – Zona de momento uniforme – vista lateral (a) e perspectiva (b).

Maiores detalhes sobre o procedimento de ensaio, a instrumentação utilizada e o sistema de aquisição de dados podem ser encontrados em BORGES [12].

O perfil de deformações ao longo da zona de momento uniforme, medido pelos *strain gages* colados na face superior da viga, indicaram claramente a presença do fenômeno de localizações de deformações, como pode ser tipicamente observado na Figura 14. Como pode ser observado, até 90% da carga máxima no ramo pré-pico todos os *strain gages* apresentam essencialmente a mesma deformação. A partir da carga de pico, alguns *strain gages* começam a descarregar enquanto outros sofrem grande deformação e são “destacados” da superfície da viga devido à formação de uma zona de dano nessa região. Portanto, a deformação nos *strain gages* contidos nessa zona de dano aumenta rapidamente e depois cai a zero logo após a formação completa da mesma. Dessa forma, pode-se também estimar o tamanho da zona de dano. A Figura 15 mostra a zona de dano localizado da viga HR-M2 ao final do ensaio.

O tamanho da zona de dano, estimado de acordo com o perfil de deformações na face superior das vigas, está ilustrado na Figura 16. Pode-se notar que o tamanho da zona de dano é significativamente maior para as vigas com alta taxa de armadura. Isso é devido à maior profundidade da linha neutra nesse caso, o que faz com que a profundidade de zona de dano também seja maior. Além disso, o comprimento L_D da zona de dano resultou essencialmente independente do tamanho da viga, o que valida as hipóteses do modelo proposto. O valor médio de L_D resultou igual a 218 mm para a série HR e 79 mm para a série LR.

Na Figura 17 estão mostradas as curvas experimentais típicas momento-deformação para as vigas da série HR. A deformação é aquela obtida a partir do deslocamento relativo medido pelo LVDT posicionado horizontalmente junto à face superior da viga, e deve ser entendida como a deformação global equivalente do concreto na fibra mais comprimida. Nessa figura, o momento é normalizado em relação ao momento máximo e a deformação é normalizada em relação à deformação correspondente ao momento máximo. Não obstante as semelhanças na resposta pré-pico, o efeito de escala na ductilidade pós-pico pode ser claramente notado pela Figura 17, a qual denota uma redução da ductilidade com o aumento do tamanho da viga. Ao nível de 60% do momento máximo no ramo pós-pico, a viga maior ($L_M = 700\text{mm}$) apresenta apenas metade da ductilidade da viga menor ($L_M = 300\text{mm}$).

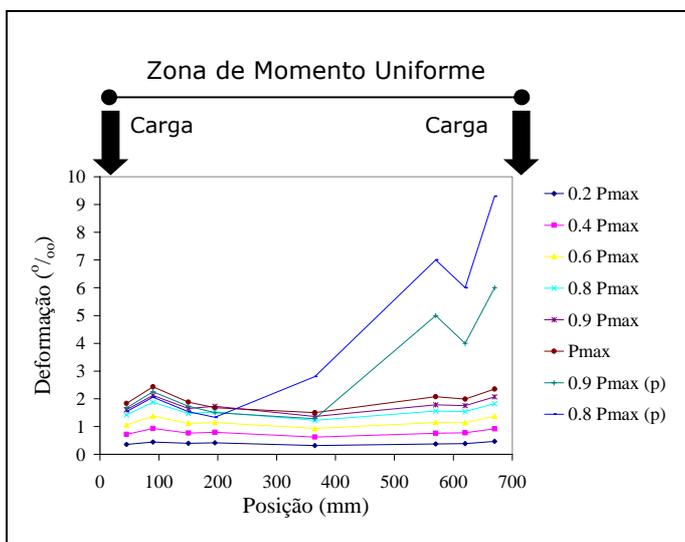


Figura 14 – Perfil de deformações na zona de momento uniforme da viga HR-L2.

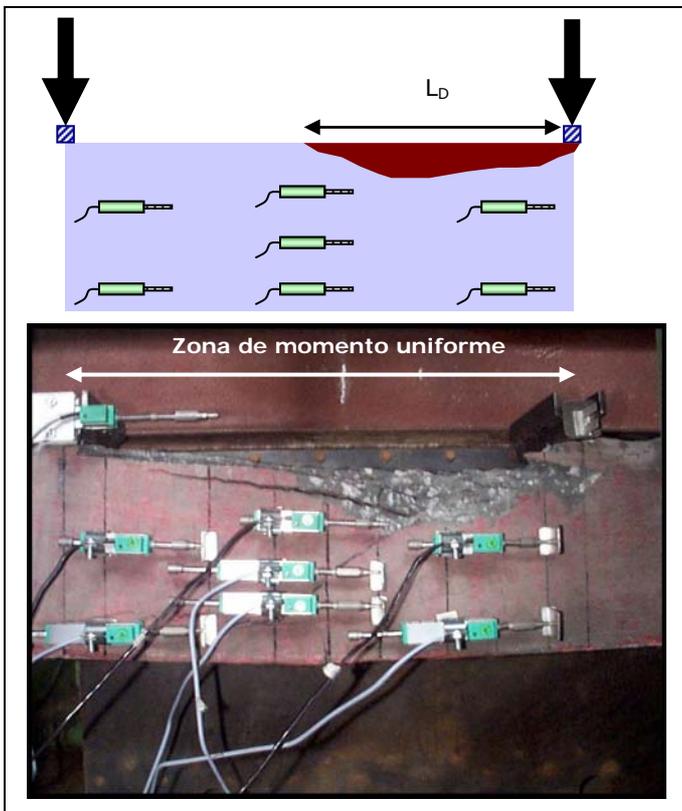


Figura 15 – Zona de dano da viga HR-M2.

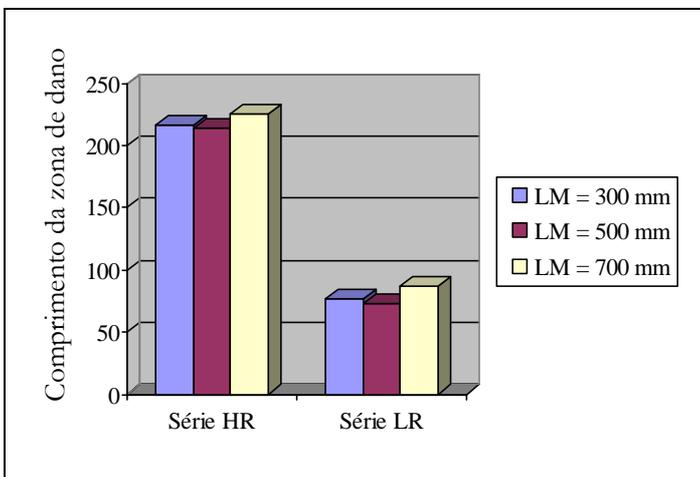


Figura 16 – Tamanho da zona de dano na flexão.

As curvas experimentais típicas momento-deformação para as vigas com menor quantidade de armadura de flexão (série LR) estão mostradas na Figura 18 como curvas sólidas. Note-se que as curvas das vigas menores foram deslocadas no eixo das abscissas para uma melhor visualização. As vigas não apresentaram diferença notável até o escoamento, porém o efeito de escala na ductilidade pós-pico também pode ser notado pela Figura 18. A viga menor ($L_M = 300$ mm) apresentou uma deformação última claramente mais elevada do que a viga maior ($L_M = 700$ mm). Fica então mais uma vez evidenciada a redução da ductilidade com o aumento do tamanho da viga.

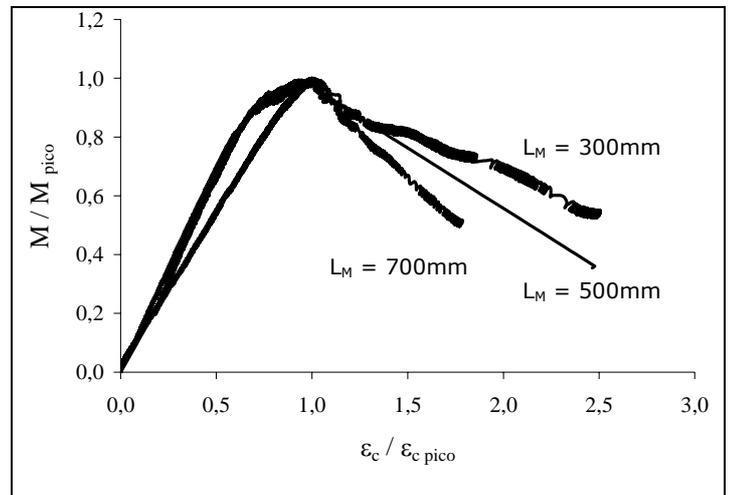


Figura 17 – Curvas momento x deformação experimentais da série HR.

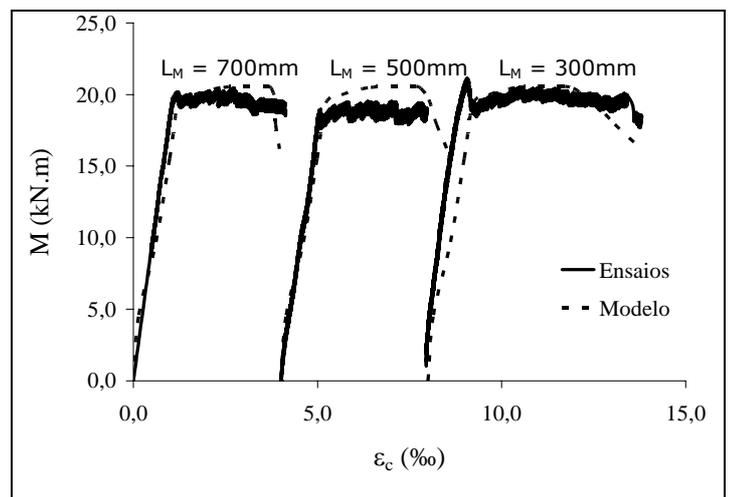


Figura 18 – Curvas momento x deformação experimentais e teóricas da série LR.

6 Simulação Numérica

Um procedimento incremental é utilizado para construir o diagrama teórico momento-deformação. Assume-se um valor para a deformação do concreto na face superior da viga e calcula-se o momento fletor iterativamente considerando equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações. Em seguida, incrementa-se o valor da deformação, calcula-se o novo valor do momento, e assim sucessivamente até a obtenção do diagrama completo. Até o pico, curvas tensão-deformação convencionais para o concreto e o aço são utilizadas ao longo de toda a zona de momento uniforme. Neste trabalho, foi adotada para o concreto comprimido a curva tensão-deformação proposta por CARREIRA e CHU [13]. Após o pico, o fenômeno de localização de deformações é explicitamente considerado, de acordo com o modelo proposto (Figuras 8 e 9). A análise exige a entrada dos dados geométricos das vigas (Figura 10), propriedades mecânicas do concreto e do aço (Tabela 4), deformação crítica de dano $\epsilon_{DC,f}$ na flexão e comprimento L_D da zona de dano na flexão. Como mencionado anteriormente, L_D é adotado igual a 4 vezes a profundidade

da linha neutra na carga de pico e

$$\varepsilon_{DC,f} = 2 \varepsilon_{DC} = 2 \cdot 0,0129 e^{(-0,012 \varepsilon_c)} = 0,0071.$$

A Figura 19 mostra as curvas momento-deformação teóricas e experimentais para a série HR. Note-se que as curvas das vigas menores foram deslocadas no eixo das abscissas para uma melhor visualização. Pode ser observada uma boa concordância entre as curvas teóricas e experimentais, embora o momento máximo tenha sido ligeiramente superestimado. A redução na ductilidade pós-pico com o aumento do tamanho da viga foi corretamente capturada pelo modelo proposto.

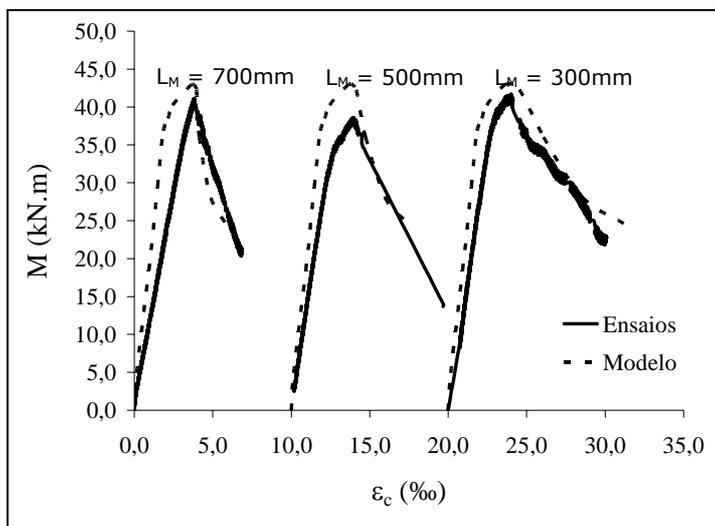


Figura 19 – Curvas momento x deformação experimentais e teóricas da série HR.

As curvas momento-deformação teóricas e experimentais para a série LR estão mostradas na Figura 18. Pode-se observar que as curvas geradas pelo modelo estão de acordo com as obtidas experimentalmente, embora as curvas teóricas sejam um pouco conservadoras do ponto de vista da ductilidade pós-pico.

O modelo proposto também foi utilizado para simular o comportamento das vigas ensaiadas por WEISS et al.. Esses ensaios compreenderam vigas de concreto armado submetidas a flexão em quatro pontos, com um arranjo de ensaio e instrumentação semelhantes aos utilizados neste trabalho. O concreto utilizado tinha cerca de 100 MPa de resistência à compressão. A altura útil e a largura das vigas eram, respectivamente, 150 mm e 100 mm para todas as vigas. A taxa de armadura de flexão era aproximadamente 85% daquela correspondente ao limite entre os Domínios 3 e 4. As vigas tinham três diferentes comprimentos L_M da zona de momento uniforme, a saber: 2, 3 e 4 vezes a altura útil d . Detalhes sobre o arranjo de ensaio e carregamento, arranjo das armaduras e procedimento de ensaio podem ser encontrados em WEISS et al. [11]. As curvas momento-deformação experimentais e teóricas para as vigas de diferentes tamanhos estão mostradas na Figura 20. A deformação é aquela obtida a partir do deslocamento relativo medido pelo LVDT posicionado horizontalmente junto à face superior da viga e com um comprimento igual ao comprimento da zona de momento uniforme. As curvas experimentais indicam uma considerável influência do tamanho da viga na ductilidade pós-pico. Um aumento no

tamanho da viga leva a uma redução da ductilidade. Mais uma vez pode ser observado que o modelo proposto foi capaz de prever adequadamente a resposta à flexão das vigas ensaiadas.

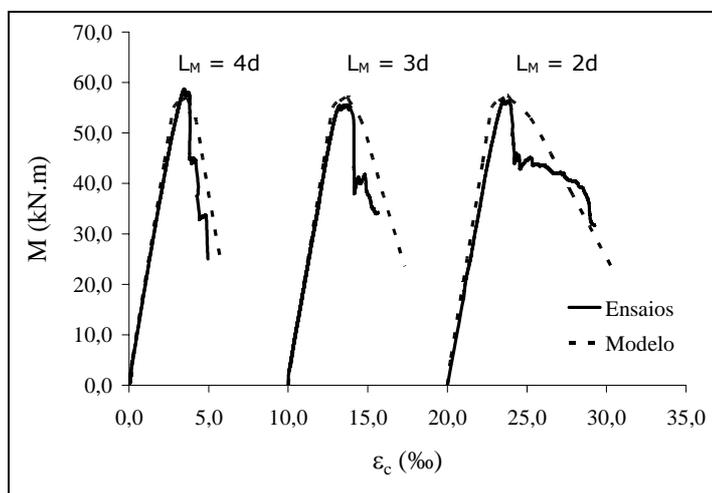


Figura 20 – Curvas momento x deformação experimentais e teóricas das vigas ensaiadas por WEISS et al.

O efeito do tamanho da viga na ductilidade pós-pico pode ser importante no sentido de que a deformabilidade da viga pode ser menor do que aquela prevista. É importante lembrar que diversas considerações de projeto de vigas de concreto armado exigem que a peça apresente um grau adequado de ductilidade. Um exemplo claro é a redistribuição de momento fletores em estruturas estaticamente indeterminadas, que depende de uma adequada capacidade de rotação plástica. A capacidade de rotação plástica, por sua vez, está intimamente relacionada à curva tensão-deformação do concreto na zona comprimida da viga. Quanto menos dúctil for essa curva, menor será a capacidade de rotação plástica da viga. Como o modelo de localizações proposto prevê uma redução da deformação global pós-pico do concreto com o aumento do tamanho da viga, segundo este modelo a capacidade de rotação plástica deveria ser influenciada pelo tamanho da viga. Essa questão ainda é bastante controversa, porém várias investigações experimentais e numéricas têm mostrado claramente a presença do efeito de escala na deformabilidade e na capacidade de rotação plástica de vigas de concreto armado (HILLERBORG [10]); (KOIKE et al. [14]); (ROKUGO et al. [3]); (ADACHI et al. [15]); (HENRIKSEN et al. [16]); (BIGAJ [17]). Considerando a presença do efeito de escala, vigas muito grandes podem apresentar muito pouca ou nenhuma capacidade de deformação plástica após o atingimento do momento máximo. Finalmente, vale salientar que a presença de estribos e armadura de compressão conferem à viga um maior grau de ductilidade devido ao confinamento do concreto na zona comprimida da viga. Com relação ao tipo de carregamento, o presente trabalho trata exclusivamente da compressão uniaxial e da flexão pura. Portanto, são necessários estudos complementares para estender o modelo proposto a outros tipos de carregamento, como por exemplo a flexão simples e composta, e incluir o efeito favorável dos estribos.

7 Conclusões

Baseado nas informações apresentadas neste trabalho, as seguintes conclusões podem ser traçadas:

- Devido ao fenômeno de localização de deformações, há um claro efeito de escala na ductilidade pós-pico do concreto comprimido.
- O método de separar os comportamento dentro e fora da zona de dano é capaz de prever adequadamente o efeito de escala na ductilidade do concreto simples sob compressão uniaxial e de vigas de concreto armado sob flexão pura.
- Para os presentes ensaios de vigas de concreto armado sob flexão em quatro pontos, a curva momento-deformação apresentou uma elevação da ductilidade com a redução do tamanho da viga (esbeltez da zona de momento uniforme). Para as vigas com alta taxa de armadura, ao nível de 60% do momento máximo no ramo pós-pico, uma redução de 57% no comprimento da zona de momento uniforme (de 700 mm para 300 mm) dobrou a deformação atingida.
- As curvas teóricas momento-deformação tanto para os presentes ensaios como para aqueles efetuados por WEISS et al. resultaram de acordo com as experimentais, e a tendência de redução da ductilidade pós-pico com o aumento do tamanho da viga foi adequadamente reproduzida pelo modelo.

8 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) na realização deste trabalho. O primeiro autor também agradece o suporte recebido durante o trabalho como pesquisador visitante no *Center of Advanced Cement-Based Materials* (ACBM) de abril a novembro de 1999, tendo sido supervisionado pelo professor Surendra Shah, diretor do ACBM. O concreto e o superplastificante foram doados pela Engemix S.A., enquanto que o fumo de sílica foi doado pela Camargo Corrêa Cimentos S.A.

9 Referências Bibliográficas

- [1] HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P.E. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements," *Cement and Concrete Research*, v.6, n.6, 1976, p.773-781.
- [2] BAŽANT, Z.P. "Identification of strain-softening constitutive relation from uniaxial tests by series coupling model for localization," *Cement and Concrete Research*, v.19, 1989, p.973-977.
- [3] ROKUGO, K.; KOYANAGI, W. "Role of compressive fracture energy of concrete on the failure behavior of reinforced concrete beams," *Applications of fracture mechanics to reinforced concrete*, Carpinteri, A., ed., London, Elsevier, 1992, p.437-464.
- [4] JANSEN, D.C.; SHAH, S.P. "Effect of length on compressive strain softening of concrete," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, v.123, n.1, 1997, p.25-35.
- [5] TAERWE, L. "Empirical analysis of the fracture process in high strength concrete loaded in uniaxial compression," *Proceedings, 2nd International Conference on Fracture and Damage of Concrete and Rock (FDCR-2)*, Vienna, Rossmann, H.P., ed., London, E & FN Spon, 1993, p.122-134.
- [6] AULIA, T.B. "Strain localization and fracture energy of high-strength concrete under uniaxial compression," *Leipzig Annual Civil Engineering Report (LACER) 5*, Universität Leipzig, Leipzig, 2000, p.221-240.
- [7] SHAH, S.P.; SANKAR, R. "Internal cracking and strain-softening response of concrete under uniaxial compression," *ACI Materials Journal*, v.84, n.3, 1987, p.200-212.
- [8] BORGES, J.U.A.; BITTENCOURT, T.N. "Analytical model for prediction of size-dependent stress-strain curves of high-strength concrete in uniaxial compression," *In: 6th International Symposium on Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete*, Leipzig, Germany, 2002.
- [9] MARKESET, G. "Comments on size dependence and brittleness of high strength concrete," *SINTEF Report STF70 A95029*, 1994.
- [10] HILLERBORG, A. "Rotational capacity of reinforced concrete beams," *Nordic Concrete Research*, v.7, 1988, p.121-134.
- [11] WEISS, W.J.; GULER, K.; SHAH, S.P. "An experimental investigation to determine the influence of size on the flexural behavior of high strength reinforced concrete beams," *Proceedings, 5th International Symposium on Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete*, Sandefjord, Norway, Sellevold, E.J., ed., 1999, p.709-718.
- [12] BORGES, J.U.A. "Análise do comportamento de vigas de concreto de alto desempenho por meio da mecânica da fratura," Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.
- [13] CARREIRA, D.J.; CHU, K.H. "Stress-strain relationship for plain concrete in compression," *ACI Journal*, v.83, n.6, 1985, p.797-804.
- [14] KOIKE, S.; HATANAKA, S.; OKUYA, N. "Size effect on plastic deformation capacity of reinforced concrete beams," *Transactions of the Japan Concrete Institute*, v.11, 1989, p.363-370.
- [15] ADACHI, H.; SHIRAI, N.; NAKANISHI, M.; OGINO, K. "Size effect on strength and deformation of RC beams failing in flexure," *Proceedings, 2nd International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS 2)*, Zurich, Switzerland, Wittmann, F.H., ed., Freiburg, Aedificatio Publishers, 1996, p.655-664.
- [16] HENRIKSEN, M.S.; ULFKJAER, J.P.; BRINCKER, R. "Scale effects and transitional failure phenomena of reinforced concrete beams in flexure - part 1: Fracture and Dynamics," *Paper n.81*, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark, 1996.
- [17] BIGAJ, A.J. "Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in R.C. beams and slabs," PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1999.

