

Buckling of longitudinal reinforcement in RC columns

Flambagem de armaduras longitudinais em pilares de concreto armado

R. R. SILVA ^a

raul@civ.puc-rio.br

S. S. O. BUFFONI ^b

salete@vm.uff.br

Abstract

The main objective of the present work is to develop a formulation to allow to analyze the buckling of longitudinal bars in reinforced concrete columns taking into account the tie spacing, the diameter and arrangement of the ties in the cross section and the longitudinal bar diameter. For this purpose an analytical method for the evaluation of the buckling load of longitudinal bars is described, as a function of the constraint imposed by the axial or flexural stiffness of the stirrups. The longitudinal bar is considered as a column deforming according to thin beam theory. The tie action is described either by a set discrete elastic supports or by a continuous elastic foundation. The theoretical analysis considers the column with one or more deformation modes, with some degree of nonlinearity. As a result of this study, rational criteria for spacing and sizing of transversal reinforcement are derived, allowing to study different alternatives in an abacus of simple use for design. © 2005 IBRACON. All rights reserved.

Keywords: Buckling, longitudinal and transverse reinforcement, columns, reinforced concrete.

Resumo

O presente trabalho apresenta um estudo sobre a flambagem das armaduras longitudinais em pilares de concreto armado submetidos a carregamento axial levando em conta o espaçamento entre estribos, o diâmetro e arranjo dos estribos na seção transversal e o diâmetro das armaduras longitudinais. Para este propósito um método analítico para a avaliação da flambagem da armadura longitudinal é proposto, considerando-se as barras longitudinais restringidas pela rigidez axial ou à flexão dos estribos. Admite-se que a armadura longitudinal funciona como uma coluna esbelta. Consideram-se duas formas de modelagem da atuação dos estribos: como apoios elásticos discretos e como base elástica contínua. O presente trabalho trata a coluna com um ou mais modos de deformação, incluindo certas não-linearidades. Como resultado deste estudo, apresenta-se uma proposta para dimensionamento racional dos estribos que permite estudar diferentes alternativas em um ábaco de utilização simples para projeto. © 2005 IBRACON. All rights reserved.

Palavras-chave: Flambagem; armaduras longitudinais e transversais; pilares; concreto armado.

^a Professor Associado do Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-RJ, Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ - Brasil - 22453-900

^b Professora Adjunta do Departamento de Ciências dos Materiais, Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica - EEIMVR, Universidade Federal Fluminense - UFF, Av. dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, Volta Redonda, RJ - Brasil - 27225-125

1 Introdução

O estudo da instabilidade das armaduras longitudinais em pilares de concreto armado tem atraído a atenção de vários pesquisadores nos últimos anos, entretanto a maioria dos estudos está restrita à análise da flambagem ocorrendo sempre entre dois estribos consecutivos. A flambagem da armadura longitudinal com a participação dos estribos no impedimento da mesma é um fenômeno pouco estudado na literatura.

Um dos primeiros estudos analíticos sobre a instabilidade das armaduras longitudinais em estruturas de concreto armado foi efetuado por Bresler & Gilbert [2], que empregaram critérios de análise elástica para encontrar relações entre a flambagem da armadura e parâmetros como espaçamento e rigidez dos estribos. Um estudo semelhante ao de Bresler & Gilbert [2] foi realizado por Vallenas et al. [14] e Scribner [13], onde o espaçamento máximo da armadura transversal é determinado pelo cálculo da carga crítica da coluna limitada nas extremidades tendo um comprimento igual ao espaçamento entre os estribos. Esta interpretação do fenômeno se mostra muito restritiva, visto que a flambagem pode envolver vários espaçamentos entre estribos.

O estudo experimental de pilares de concreto armado, com a finalidade de se visualizar o comportamento das armaduras longitudinais tem atraído atenção de vários pesquisadores nos últimos quarenta anos dentre os quais cita-se os trabalhos de Pfister [8], Vallenas et al. [14], Kaar & Corley [5], Sheikh & Uzumeri [11], Scott et al. [12] e Moehle & Cavanagh [6] que apresentam a flambagem das barras longitudinais em pilares de concreto armado fortemente confinados envolvendo os próprios estribos.

Em face do exposto, o presente trabalho tem como ponto de partida os resultados da pesquisa desenvolvida por Buffoni [3] que estuda a flambagem das armaduras longitudinais em pilares de concreto armado submetidos a carregamento axial levando em conta o espaçamento entre os estribos, o diâmetro e arranjo dos estribos na seção transversal e o diâmetro das armaduras longitudinais.

Para tal propósito um método analítico para a avaliação da flambagem da armadura longitudinal foi descrito, considerando-se as barras longitudinais restringidas pela rigidez axial ou à flexão dos estribos. Estudaram-se particularmente dois casos. No primeiro caso, considerou-se a armadura longitudinal como uma coluna e os estribos como apoios discretos. No segundo caso, considerou-se a armadura longitudinal como uma coluna sobre base elástica, onde a base elástica é composta pelos estribos.

Para se considerar o caso de emendas das barras na presente formulação, considerou-se a armadura livre em uma das extremidades. Considerou-se na modelagem um ou mais modos de deformação, incluindo-se a não-linearidade geométrica. A partir destes resultados propõe-se um critério de projeto racional para a escolha do espaçamento, diâmetro dos estribos e arranjo das armaduras.

A dedução da formulação dos modelos matemáticos que serão abordados está fora do escopo deste artigo, procurando-se mostrar diretamente a aplicabilidade prática

de tais modelos, por meio de comparações com resultados experimentais da literatura. Estimula-se o leitor a consultar Buffoni [3], que contempla de forma minuciosa as hipóteses e formulações inerentes a cada modelo.

2 Formulação

Considera-se a armadura longitudinal como uma coluna onde os estribos são representados esquematicamente como apoios elásticos intermediários unilaterais, cuja rigidez K depende das características mecânicas e geométricas do aço. Considerando-se K constante, o modelo adotado para a determinação da carga crítica apresenta-se na Figura 1.

onde L é o comprimento da armadura, s é o espaçamento entre estribos e F_j são as forças correspondentes aos apoios elásticos j e podem ser escritas da seguinte forma:

$$F_j = Kw_j \Rightarrow w_j = \frac{F_j}{K} \quad (1)$$

onde w_j é o deslocamento do apoio genérico.

No desenvolvimento a seguir, adotam-se as hipóteses usuais da resistência dos materiais para vigas considerando-se que a coluna e o carregamento estão num plano de simetria e que a seção permanece plana e perpendicular ao eixo, antes e após as deformações (hipóteses de Euler-Bernoulli para Flexão no plano).

2.1 Energia Interna de Deformação e Energia Potencial da Viga-Coluna

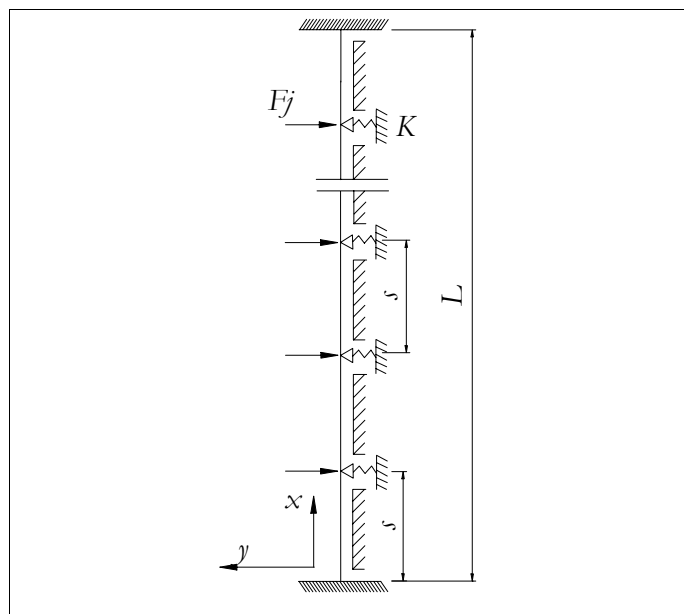


Figura 1 - Modelo matemático da armadura longitudinal e transversal.

As matrizes de rigidez elástica e geométrica da coluna são obtidas a partir das energias de deformação e potencial, respectivamente. Toda a formulação matemática é realizada a partir da coluna de Euler, que é biapoiada e submetida a carregamento axial. Considera-se um campo de deslocamentos que satisfaça as condições de contorno do modelo apresentado na Figura 1.

A energia interna de deformação fica representada pelo somatório da energia de membrana, U_m , proveniente das deformações da barra na direção axial, com a energia de flexão, U_f , proveniente das deformações devidas à flexão, podendo ser expressa como:

$$U = U_m + U_f = \frac{1}{2} \int_0^L EA_s \varepsilon_{x0}^2 dx + \int_0^L \frac{1}{2} EI \chi^2 dx \quad (2)$$

Em geral, no problema da flambagem, as deformações devidas à flexão são bem mais importantes que as deformações axiais da barra e na formulação do problema não se leva em consideração a deformação axial, ε_{x0} . Esta hipótese é adotada na teoria inextensional de vigas apresentada nos trabalhos de Dym & Shames [4] e Bazant & Cedolin [1], onde a única parcela da energia interna considerada é a energia de flexão da viga, que é dada por:

$$\begin{aligned} U &\cong \int_0^L \frac{1}{2} EI \chi^2 dx \cong \int_0^L \frac{1}{2} EI w_{,xx}^2 \left[1 + \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right]^2 dx \\ &\cong \int_0^L \frac{1}{2} EI \left(w_{,xx}^2 + w_{,xx}^2 w_{,x}^2 + \frac{1}{4} w_{,xx}^2 w_{,x}^4 \right) dx \end{aligned} \quad (3)$$

De acordo com Dym & Shames [4], a aproximação mostrada na expressão (3) é suficiente para descrever com exatidão o caminho pós - crítico da coluna, mesmo na região de grandes deslocamentos laterais.

No modelo adotado, os estribos são considerados como molas lineares sendo a energia de deformação dada por:

$$U_i = \frac{1}{2} K \left[\sum_{j=1}^{i-n} w(x = is) \right]^2 \quad (4)$$

onde w é o valor do deslocamento calculado nos pontos onde existem estribos e n é o número de estribos envolvidos no modelo.

Considerando-se que o apoio elástico discreto pode ser substituído por uma base elástica distribuída continuamente $k=K/s$, tem-se que o termo correspondente à energia de deformação dos estribos na expressão (4) pode ser avaliado como uma integral da seguinte forma:

$$\frac{1}{2} K \sum_{i=1}^{i=n} w(x = is)^2 \cong \frac{1}{2} \int_0^L kw(x)^2 dx \quad (5)$$

O potencial das cargas externas é dado pelo produto da carga, P , e o encurtamento na extremidade da coluna Δ , podendo ser expresso como:

$$V_p = P\Delta \Rightarrow V_p = -P \int_0^L \left(\frac{1}{2} w_{,x}^2 + \frac{1}{8} w_{,x}^4 \right) dx \quad (6)$$

onde P é o carregamento axial e o sinal negativo é devido o deslocamento se realizar no sentido contrário ao das forças.

2.2 Variáveis Adimensionais

• Caso Discreto

Quando se quer realizar uma análise paramétrica, é importante que a mesma seja realizada com eficiência, para

isto serão feitas as seguintes mudanças de variáveis e escolhidos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\xi = \frac{x}{L} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad w_d = \frac{w}{L} \quad \Gamma = \frac{PL^2}{EI} \quad \eta = \frac{KL^3}{EI} \quad (7)$$

onde ξ é o parâmetro adimensional do deslocamento axial, w_d é o parâmetro adimensional do deslocamento lateral da coluna, Γ é o parâmetro adimensional do carregamento axial e η é o parâmetro adimensional da rigidez dos estribos.

• Coluna Sobre Base Elástica

As variáveis adimensionais são as mesmas consideradas na expressão (7), com exceção do parâmetro adimensional da rigidez dos estribos que é dado por:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} \quad (8)$$

2.3 Campo de Deslocamentos

O campo de deslocamentos da coluna é aproximado por uma função do tipo:

$$w(x) = \sum_{j=1}^n A_j y_j(x) \quad (9)$$

onde j é o número de graus de liberdade, A_j são as amplitudes e a função $y_j(x)$ deve satisfazer as condições de contorno da coluna, ou seja, as restrições de deslocamento e momento zero nas extremidades da coluna, a fim de que a solução do problema de autovalores resulte em uma solução aproximada do problema original.

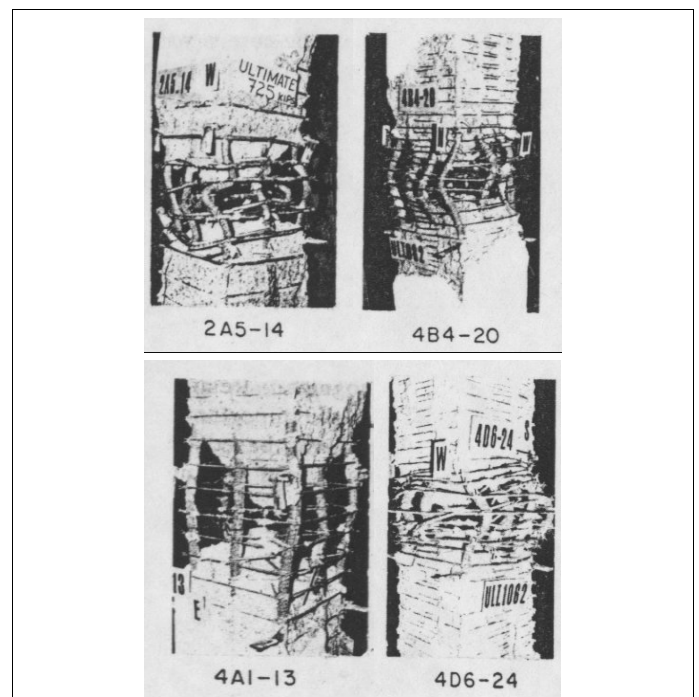


Figura 2 - Aparência dos corpos de prova após os ensaios. (Sheikh & Usumeri [11]).

Observações experimentais mostram que a forma flambada da armadura longitudinal se parece muitas vezes com uma função senoidal, que pode envolver vários espaçamentos entre estribos. Considerou-se a seguinte função para descrever o campo de deslocamentos da coluna:

$$w(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \left(-\frac{m\pi x}{L} + \frac{m\pi x^2}{L^2} \left(2 + (-1)^m \right) - \frac{m\pi x^3}{L^3} \left(1 + (-1)^m \right) + \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \right) \quad (10)$$

Esse campo de deslocamentos combina funções que descrevem um comportamento simétrico com funções antissimétricas. A consideração de deformações apenas do tipo simétrico, pode se tornar um pouco distante do que acontece na realidade, pois se verifica em muitos casos que a flambagem pode envolver modos não simétricos como mostra a Figura 2 do trabalho de Sheikh & Uzumeri [11]. Na forma adimensional o campo de deslocamentos torna-se:

$$w_d(\xi) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \left(-m\pi\xi + m\pi\xi^2 \left(2 + (-1)^m \right) - m\pi\xi^3 \left(1 + (-1)^m \right) + \sin(m\pi\xi) \right) \quad (11)$$

2.4 Integração ao Longo da Barra para Obtenção das Matrizes de Rigidez Elástica (K_f) e Rigidez Geométrica (K_g)

A matriz de rigidez elástica representada por K_f é obtida da energia de deformação expressa em (3), a matriz de rigidez que leva em consideração os apoios laterais, K_m , é obtida da energia de deformação (4) e (5) e a matriz de rigidez geométrica, K_g é obtida a partir da energia da carga axial expressa em (6). Dessa forma, as expressões das matrizes de rigidez citadas considerando-se o campo de deslocamentos w_i e w_j para uma determinada condição de contorno são dadas a seguir.

• Da energia de deformação

$$K_{f,i,j} = \int_0^1 \left(w_{d,\xi\xi i} w_{d,\xi\xi j} + w_{d,\xi\xi i} w_{d,\xi\xi j} + w_{d,\xi\xi i} w_{d,\xi\xi j} + \frac{1}{2} w_{d,\xi\xi i} w_{d,\xi\xi j} w_{d,\xi\xi i} w_{d,\xi\xi j} \right) d\xi \quad (12)$$

• Da energia de deformação da mola

- Apoios distribuídos de forma discreta

$$K_{m,i,j} = \eta \sum_{\xi=0}^{\xi=1} w_{d,i} w_{d,j} \quad (13)$$

- Apoios distribuídos de forma contínua

$$K_{m,i,j} = \eta \int_0^1 w_{d,i} w_{d,j} d\xi \quad (14)$$

• Da energia da carga axial

$$K_{g,i,j} = \int_0^1 \left(w_{d,\xi i} w_{d,\xi j} + \frac{1}{4} w_{d,\xi i} w_{d,\xi j} w_{d,\xi i} w_{d,\xi j} \right) d\xi \quad (15)$$

2.5 Solução do Problema de Autovalores

Considerando-se apenas a parcela quadrática nas expressões (12) a (15) tem-se o problema de autovalor, dado na seguinte expressão:

$$(K_f + K_m - \Gamma K_g)y = 0 \quad (16)$$

Resolvendo-se a equação (16) chega-se aos valores da carga crítica como a seguir:

$$\Gamma = K_g^{-1} (K_f + K_m) \quad (17)$$

O programa computacional para o cálculo dos autovalores apresenta-se em Buffoni [3].

2.5.1. Parâmetros de Carga Crítica

A partir da solução do problema de autovalores, foi possível encontrar os parâmetros de carga crítica para os casos discreto e contínuo.

No caso discreto, considerou-se que o comprimento da armadura envolvida na flambagem varia de um a dezesseis espaçamentos entre estribos. Dessa forma, substitui-se o campo de deslocamentos com um ou mais graus de liberdade descrito em (11) nas expressões para a obtenção das matrizes de rigidez e resolve-se o problema de autovalores expresso em (17) obtendo-se os valores adimensionais para a carga de flambagem. Os valores para estes casos encontram-se no trabalho de Buffoni [3].

No caso contínuo, considerando-se a armadura longitudinal como uma coluna sobre base elástica, onde a base elástica é composta pelos estribos e substituindo-se o campo de deslocamentos descrito em (11) com um ou mais graus de liberdade apenas na parcela quadrática das expressões (12), (14) e (15) para obtenção das matrizes de rigidez e resolvendo-se o problema de autovalores expresso em (17) obtém-se os valores adimensionais para a carga crítica que se encontram em Buffoni [3]. A expressão (18) apresenta o parâmetro de carga crítica considerando-se apenas um termo na expansão modal.

$$\Gamma = \frac{15\pi^6 - 120\pi^4 + 15\pi^2\eta + \pi^4\eta - 240\eta}{5(5\pi^2 - 48)\pi^2} \quad (18)$$

2.6 Consideração das Emendas das Barras da Armadura

Para se considerar o caso de emendas das barras na presente formulação, considerou-se um modelo onde a armadura é engastada em uma das extremidades e livre na outra como o modelo apresentado na Figura 3. Dessa forma, todos os passos realizados para a coluna engastada nas extremidades foram feitos para o caso da presença de emendas com a finalidade de se conhecer o comportamento das armaduras quando uma das extremidades está livre.

2.7 Cálculo do Parâmetro Adimensional de Rigidez, η

O valor numérico do parâmetro adimensional de rigidez depende da rigidez dos estribos, K , do módulo de elasticidade da armadura longitudinal, E , do momento de inércia da armadura longitudinal, I e do espaçamento entre

estribos, s quando os estribos são considerados distribuídos continuamente ao longo da armadura.

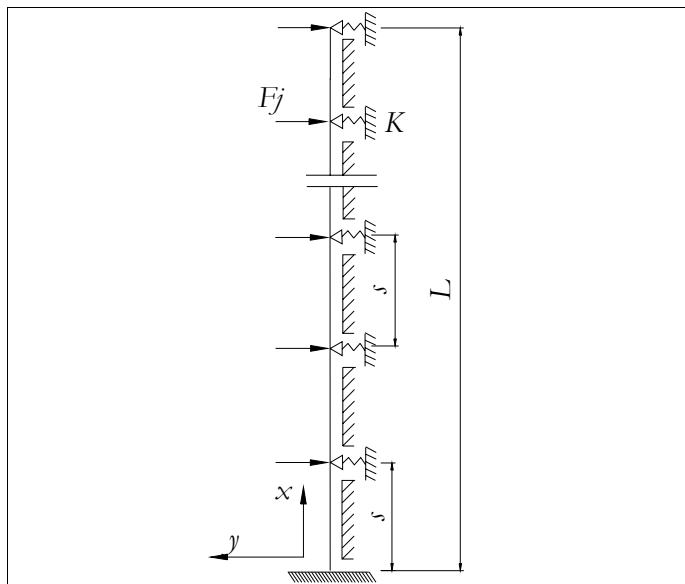


Figura 3 - Modelo para consideração das emendas das barras da armadura.

2.8 Cálculo da Rigidez dos Estribos, K

O valor de K é função das características mecânicas e da geometria do estribo. Considera-se nesta formulação vários arranjos. A Figura 4 apresenta alguns casos. Neste trabalho considera-se a carga axial concêntrica existindo condições de perfeita simetria, assim K é calculada considerando-se os modelos simplificados da Figura 5.

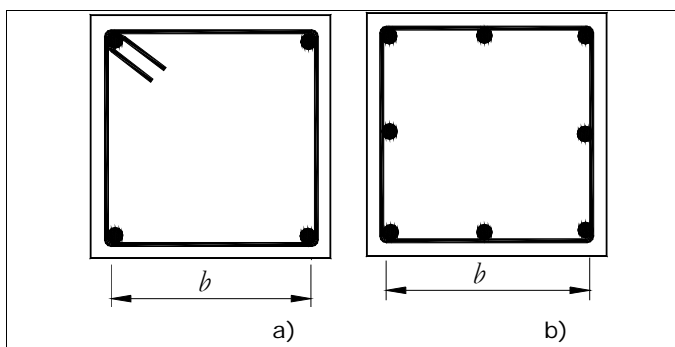


Figura 4 - Arranjos da armadura na seção transversal

O valor de K é função das características mecânicas e da geometria do estribo. Considera-se nesta formulação vários arranjos. A Figura 4 apresenta alguns casos. Neste trabalho considera-se a carga axial concêntrica existindo condições de perfeita simetria, assim K é calculada considerando-se os modelos simplificados da Figura 5.

O modelo da Figura 5.a está relacionado à barra localizada no centro de uma perna de estribo, as Figuras 5.b e 5.c estão relacionadas às barras de canto. A Figura 5 mostra também a força exercida pela barra longitudinal sobre o estribo na direção em que a flambagem pode ocorrer.

Para o modelo da Figura 5.a, a armadura longitudinal pode ser considerada como impondo uma carga concentrada no

meio do vão de uma viga fixa nas extremidades e a expressão para a rigidez do estribo é dada por:

$$K = \frac{192EI_t}{b^3} \tag{19}$$

Para o modelo da Figura 5.b a expressão para a rigidez do estribo fica:

$$K = \frac{EA_t}{b} \tag{20}$$

onde E é o módulo de elasticidade da armadura longitudinal, I_t é o momento de inércia do estribo e A_t é a área do estribo. Quando o arranjo das armaduras na seção é semelhante à Figura 4.b, as barras localizadas no centro de uma perna de estribos são as primeiras a flambarem.

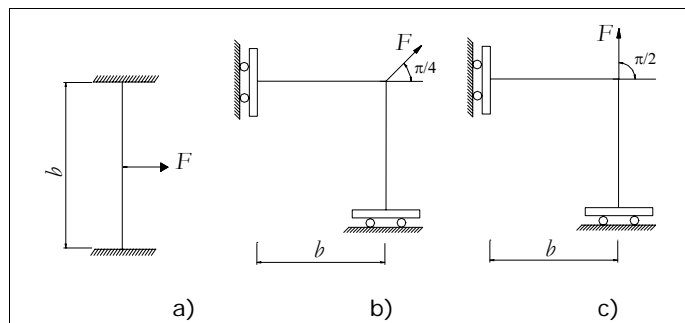


Figura 5 - Modelos simplificados para cálculo da rigidez K .

Nota-se que a armadura transversal pode oferecer diferentes contribuições para a resistência a flambagem das barras longitudinais. As barras longitudinais localizadas no canto dos estribos são restringidas por uma rigidez extensional e as barras localizadas ao longo da perna de um estribo são restringidas apenas pela rigidez a flexão.

O módulo de elasticidade longitudinal a ser considerado é o módulo de elasticidade instantâneo, porém pode-se utilizar o módulo de elasticidade reduzido quando o mesmo é conhecido.

3 Curvas para o Cálculo do Espaçamento e Diâmetro dos Estribos

A Figura 6 apresenta a curva que relaciona o parâmetro de carga crítica da coluna, Γ e o parâmetro de rigidez dos estribos, η com as contribuições de vários modos para a carga de flambagem. Nota-se que este gráfico apresenta uma curva onde a armadura está fixa nas extremidades e outra curva onde uma das extremidades está livre para simular a presença de emendas das barras da armadura.

Verifica-se que a partir de um alto nível de rigidez, a carga de flambagem cresce quase que linearmente com o aumento da rigidez dos estribos. A partir deste gráfico será apresentado um método para o cálculo do espaçamento e rigidez dos estribos em um pilar de concreto armado.

A curva da Figura 6 é válida para qualquer tipo de arranjo das armaduras. Conforme o objetivo do projeto, basta introduzir os respectivos valores de Γ ou η para cada caso em particular.

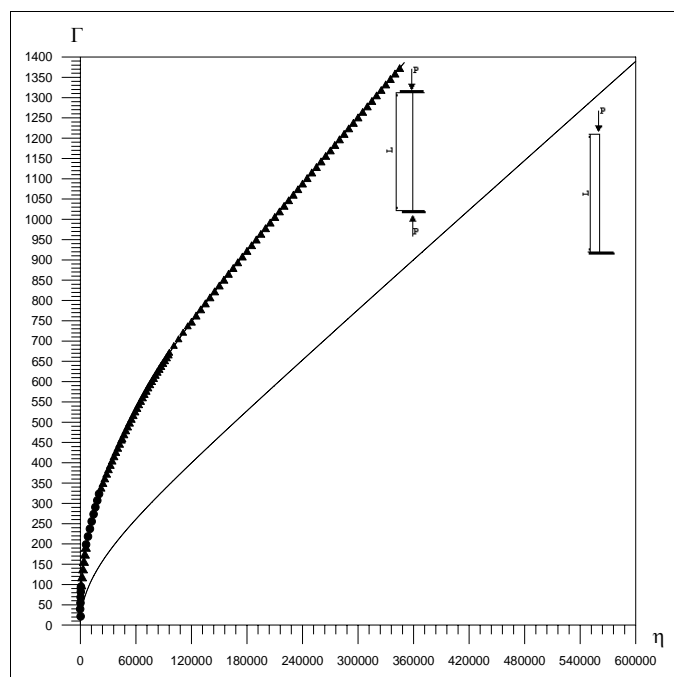


Figura 6 - Parâmetro de carga vs. parâmetro de rigidez da coluna com seis graus de liberdade.

Por exemplo, para a seção da Figura 4.b, substituindo-se o valor da rigidez dos estribos, K , da equação (19) no valor do parâmetro adimensional de rigidez, η , expresso em (8) obtém-se o seguinte valor:

$$\eta = \frac{192\phi_t^4 L^4}{b^3 s\phi_l^4} \quad (21)$$

Por outro lado, substituindo-se o momento de inércia da armadura longitudinal na expressão de Γ tem-se:

$$\Gamma = \frac{64PL^2}{E\pi\phi_l^4} \quad (22)$$

Dessa forma é possível alterar os valores de Γ e η das expressões (21) e (22) e criar novos parâmetros com a finalidade de facilitar os cálculos dos exemplos que serão apresentados. As variáveis adimensionais Γ e η foram modificadas da seguinte forma:

$$\eta_1 = \frac{\eta}{192} = \frac{\phi_t^4 L^4}{b^3 s\phi_l^4} \quad (23)$$

$$\Gamma_1 = \frac{\Gamma\pi}{64} = \frac{PL^2}{E\phi_l^4} \quad (24)$$

Portanto a ordenada e abscissa dos gráficos da Figura 6 são alteradas multiplicando-se as mesmas pelos fatores, $\frac{\pi}{64}$ e

$\frac{1}{192}$, respectivamente. Dessa forma, obtém-se o gráfico da Figura 7 com os parâmetros de carga e rigidez menores. Dependendo do arranjo dos estribos na seção transversal,

obtem-se um valor diferente para a rigidez, K e para o parâmetro adimensional da rigidez dos apoios laterais, η .

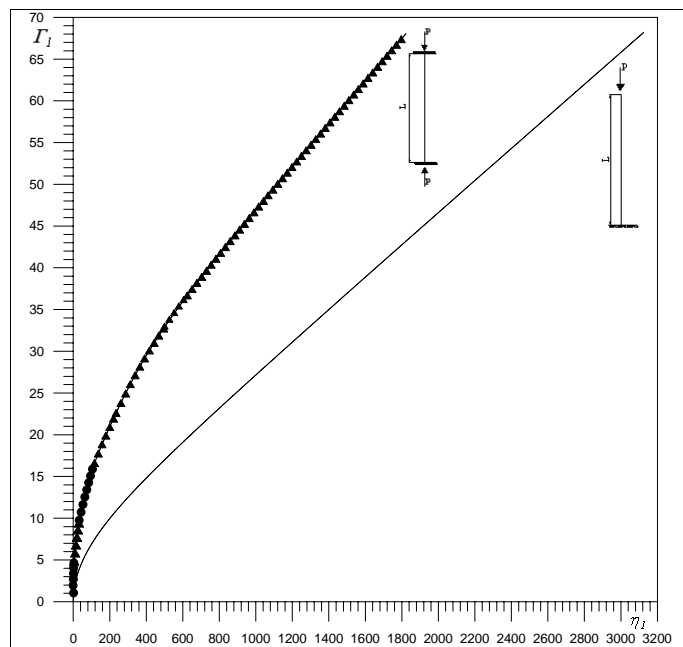


Figura 7 - Parâmetro de carga vs. parâmetro de rigidez da coluna com seis graus de liberdade.

3.1 Considerações Sobre a Carga de Flambagem para Dimensionamento

A carga de flambagem deve ser sempre maior que a carga de escoamento em compressão por um fator $\gamma > 1$, isto para garantir o uso de $P_y = f_y A_s$ no dimensionamento inicial, como é feito usualmente. No dimensionamento usual, busca-se otimizar o projeto tomando $\gamma = 1$, entretanto, é pouco recomendável do ponto de vista de segurança em regime pós-crítico. Adotou-se no presente trabalho os valores de $\gamma = 1, 2$.

4 Seqüência de Projeto com a Utilização das Curvas $\Gamma \times \eta$

Uma seqüência possível de projeto com o uso dos gráficos $\Gamma \times \eta$, seria como se mostra a seguir:

- O valor de b vem da geometria da peça;
- O diâmetro da armadura longitudinal, ϕ_l é usualmente determinado pelo projetista;
- Busca-se uma carga de flambagem, $P_{cr} = \gamma \cdot P_y$ e assim obtém-se Γ_1 ;
- Com o valor de Γ_1 entra-se na ordenada do gráfico $\Gamma_1 \times \eta_1$ e descobre-se o η_1 necessário na abscissa. Como já se dispõe dos valores de b e ϕ_l , as variáveis de projeto serão o espaçamento entre os estribos, s e o diâmetro dos estribos, ϕ_t , os quais serão calculados e adotados de forma compatível com os limites das normas de projeto existentes. Caso o espaçamento

resulte muito pequeno, ou o diâmetro muito grande, é necessário reduzir b ou usar estribos suplementares.

4.1 Cálculo do Diâmetro e Espaçamento entre Estribos para os Pilares Descritos no Trabalho de Queiroga & Giongo [10]

Pretende-se analisar os pilares de seção quadrada cujo arranjo das armaduras na seção transversal apresenta-se na Figura 8. Os pilares P1, P4 e P6 foram selecionados para a realização dos testes numéricos.

Os valores calculados para o diâmetro e espaçamento entre os estribos utilizando o critério proposto no item 4 apresentam-se na Tabela 1. O procedimento completo de cálculo apresenta-se em Buffoni [3]. A seguir apresentam-se os passos realizados para o pilar P1.

As propriedades da armadura do Pilar P1 são:

$$f_y = 502 \text{ N/mm}^2 \quad \phi_l = 12,5 \text{ mm}$$

$$L = 1200 \text{ mm} \quad b = 139,9 \text{ mm}$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2 \quad A_s = 125 \text{ mm}^2$$

$$s = 150 \text{ mm} \quad P_y = f_y A_s = 5,46 \times 10^4 \text{ N}$$

Pretende-se calcular o diâmetro e espaçamento entre estribos para $\gamma = 1,2$ considerando-se a armadura sem emendas.

Assim, busca-se uma carga de flambagem, $P_{cr} = \gamma P_y$ e obtém-se Γ_1 .

$$P_{cr} = \gamma P_y = 65,48 \text{ kN} \Rightarrow$$

$$\Gamma_1 = \frac{P_{cr} L^2}{E \phi_l^4} \Rightarrow \Gamma_1 = 18,39 \Rightarrow \eta_1 = 149,10 \quad (25)$$

O valor de η_1 encontrado na expressão (25) foi obtido entrando-se com o valor de Γ_1 na ordenada do gráfico apresentado na Figura 7 e o valor necessário de η_1 encontra-se na abscissa correspondente a Γ_1 . A partir da expressão (23) tem-se que:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta_1 b^3 \phi_l^4}{L^4} = 4,81 \quad (1)$$

A Tabela 1 apresenta os valores calculados para os pilares P4 e P6 que foram calculados da mesma forma que o pilar P1. Na linha correspondente ao pilar P1, o valor encontrado para o diâmetro considerando-se um espaçamento $s = 150 \text{ mm}$ foi aproximadamente $\phi_t = 5,20 \text{ mm}$.

Nota-se que estes valores são encontrados a partir do modo de flambagem que poderia inclusive envolver vários estribos num estado limite. A Tabela 1 apresenta os valores comerciais para o diâmetro do estribo.

Verifica-se também que quando se diminui o espaçamento entre estribos, o valor do diâmetro dos estribos poderia ser

menor. A Tabela 1.b apresenta o caso onde uma das extremidades da armadura está livre.

Nesse caso, os valores encontrados para o diâmetro dos estribos são mais altos, visto que um certo valor do parâmetro de carga corresponde a valores mais altos de rigidez para o caso onde uma das extremidades da armadura está livre e, portanto, valores mais altos para o diâmetro dos estribos são necessários.

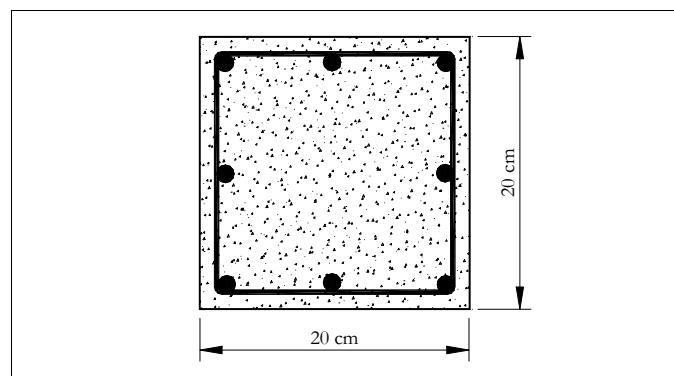


Figura 8 - Seção e arranjo das armaduras nos pilares ensaiados por Queiroga [9].

Tabela 1- Cálculo do diâmetro e espaçamento entre estribos para os pilares de Queiroga [9] a partir da formulação proposta.

a) Armadura fixa nas extremidades

Pilar	Armadura Transversal	Γ_1	η_1	Armadura fixa nas extremidades		
				Armadura Transversal		
				s mm	ϕ_t mm	ϕ_{tcom} mm
P1	$\phi 6,3c/15$	18,4	149,1	150	5,20	6,3
P4	$\phi 6,3c/10$	18,4	149,1	100	4,68	5
P6	$\phi 6,3c/5$	18,4	149,1	50	3,94	5

Obs: Para o diâmetro do estribo, $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ encontra-se um espaçamento máximo de 328 mm.

b) Armadura Livre em uma das Extremidades

Pilar	Γ_1	η_1	Armadura livre em uma das extremidades		
			Arm. Transv.		
			s mm	ϕ_t mm	ϕ_{tcom} mm
P1	18,4	566,3	150	7,23	8
P4	18,4	566,3	100	6,54	8
P6	18,4	566,3	50	5,50	6,3

Obs: Para o diâmetro do estribo, $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$ encontra-se um espaçamento máximo de 86 mm.

De acordo com a NBR 6118/2003 o valor do diâmetro dos estribos deve ser:

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_l / 4 \end{cases} \quad (27)$$

O espaçamento deve ser tal que em um estado limite a flambagem ocorreria entre dois estribos consecutivos. A NBR 6118/2003 apresenta os seguintes limites:

$$s \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ b, \text{ menor dimensão da seção} \\ 24\phi_l \text{ para CA-25, } 12\phi_l \text{ para CA-50} \end{cases} \quad (28)$$

Os dois primeiros limites da expressão (28) correspondem a disposições meramente construtivas e os dois últimos são encontrados a partir da condição $f_{cr} = f_y$, ou seja, o espaçamento entre os estribos deve permitir o desenvolvimento da tensão crítica de flambagem igual a tensão de escoamento. Para as barras de aço CA-25, a partir das fórmulas da resistência dos materiais (diagrama tensão-deformação linear), tem-se:

$$f_{cr} = \frac{P_{cr}}{A_s} = \frac{EI\pi^2}{s^2 A_s} = \frac{E\pi^2}{\lambda_{cr}^2} \quad (29)$$

onde $\lambda_{cr}^2 = s^2/r^2$, s é o espaçamento entre estribos e r é o raio de giração dado por

$$r = \sqrt{\frac{I}{A_s}} \quad (30)$$

O valor da tensão crítica fica,

$$f_{cr} = \frac{250}{1,15} = 217,4 \text{ N/mm}^2 \quad (31)$$

Dessa forma encontra-se os seguintes valores para o espaçamento entre estribos, cujos valores médios estão prescritos em norma:

$$\begin{aligned} \lambda_{cr} &= \sqrt{\frac{\pi^2 210000}{217,40}} \Rightarrow \lambda_{cr} r = s \Rightarrow \\ \Rightarrow s &= 97,64 \frac{\phi_l}{4} = 24,41\phi_l \end{aligned} \quad (32)$$

Tendo a NBR 6118/2003 englobado o valor $24\phi_l$ para o aço CA-25. No caso do aço CA 50, a tensão crítica de flambagem é dada pela fórmula de Tetmajer.

$$f_{cr} = 480(1 - 0,0035\lambda_{cr}) \quad (33)$$

Fazendo $f_{cr} = 400 \text{ N/mm}^2$ chega-se a

$$\lambda_{cr} \cong 47,6 \Rightarrow s = \lambda_{cr} r = 47,6 \frac{\phi_l}{4} = 12\phi_l \quad (34)$$

Permite-se adotar $\phi_t < \phi_l/4$ desde que o espaçamento respeite também a limitação

$$90000(\phi_t^2/\phi_l) \frac{1}{f_{yk}} \quad (35)$$

onde ϕ_l e ϕ_t são respectivamente os diâmetros da armadura longitudinal e dos estribos; f_{yk} é a tensão de escoamento da armadura longitudinal, em MPa. Esses

critérios supõem que ambas as armaduras são constituídas pelo mesmo tipo de aço.

A expressão (35) visa garantir no caso de adoção de $\phi_t < \phi_l/4$, a existência de uma percentagem volumétrica de estribos idêntica aquela que teríamos com $\phi_t = \phi_l/4$ e espaçamentos $24\phi_l$ (CA 25) e $12\phi_l$ (CA 50).

Considerando-se o espaçamento entre estribos $s = 24\phi_l$ (CA 25) tem-se uma percentagem ρ_v de volume de estribos (comprimento $2p$) por volume de pilar igual a

$$\rho_v = \frac{\frac{\pi}{4} \left(\frac{\phi_l}{4}\right)^2 2p}{24\phi_l A_c} = \frac{\pi\phi_l 2p}{1536 A_c} \quad (36)$$

Caso se adote $\phi_t < \phi_l/4$, para a manutenção do mesmo valor de ρ_v , deve-se ter um espaçamento s entre estribos definido por

$$\frac{\pi\phi_t^2 2p}{4s A_c} = \frac{\pi\phi_l 2p}{1536 A_c}, \quad s = 384 \frac{\phi_t^2}{\phi_l} \quad (37)$$

Por idêntico raciocínio, chegaríamos ao limite $192 \frac{\phi_t^2}{\phi_l}$ para o aço CA 50. Nota-se que o aparecimento do valor 384 na expressão (37) para o aço CA 25 corresponde ao termo $90000/f_{yk}$ na expressão (35), ou seja,

$$\begin{aligned} 90000/250 &\approx 360 \text{ para CA 25} \\ 90000/500 &\approx 180 \text{ para CA 50} \end{aligned} \quad (38)$$

De acordo com as diversas normas, estes valores consideram no estado limite último, que a flambagem da armadura longitudinal ocorreria no máximo em uma meia-onda entre estribos, pois se considera que o comprimento de flambagem é o próprio espaçamento entre dois estribos.

Dessa forma, de acordo com a NBR 6118/2003 os valores adequados para o espaçamento e diâmetro dos estribos para os pilares estudados por Queiroga [9] são:

$$\begin{cases} s \leq 12\phi_l \Rightarrow s = 150 \text{ mm} \\ \phi_t \geq 5 \Rightarrow \phi_t = 5 \text{ mm} \end{cases} \quad (39)$$

4.2 Aplicações a Seções de Grandes Dimensões

Aplica-se o critério proposto a um pilar de concreto armado com seção transversal retangular 25 cm x 110 cm, altura livre de 350 cm, com resistência à compressão do concreto 20 MPa e do aço de 500 MPa. A armadura longitudinal consiste de 22 barras de 16 mm de diâmetro, e o cobrimento é de 3 cm. Nomeou-se este pilar de P1 e se apresenta a seguir alguns casos de variações nos arranjos das armaduras na seção transversal.

• Caso 1

Considera-se o arranjo das armaduras na seção transversal apresentado na Figura 9.

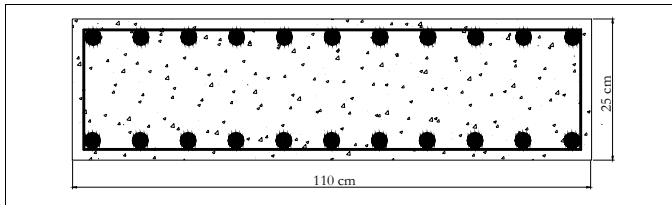


Figura 9 - Caso 1: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

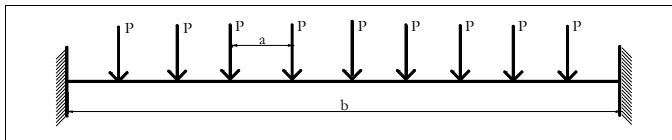


Figura 10 - Modelo simplificado para cálculo da rigidez K referente ao caso 1.

Para o cálculo da rigidez K dos estribos, adotou-se o modelo da Figura 10, onde a perna do estribo é considerada como uma viga fixa nas extremidades. A flexibilidade do estribo associada a cada barra pode ser obtida aplicando-se uma carga transversal concentrada unitária isoladamente em cada ponto central da barra. Nota-se que isto corresponde a admitir-se que o início da flambagem se dá na barra menos restringida. Assim, avalia-se o ponto crítico como correspondente a uma barra que contribui com a menor rigidez do estribo. Para o modelo da Figura 10 isto ocorre no centro da viga, e neste caso a rigidez fica sendo:

$$K = \frac{38,4EI_t}{b^3} \tag{40}$$

onde o vão livre de flexão é $b = 1100 - 2(30 + 5) - 16 = 1014 \text{ mm}$ supondo inicialmente o diâmetro do estribo igual a 5 mm . Considerando-se os estribos como base elástica e substituindo-se $k = K/s$ no parâmetro η chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{38,4EI_tL^4}{b^3sEI} = \frac{38,4\phi_t^4L^4}{b^3s\phi_t^4} \Rightarrow \tag{41}$$

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3\phi_t^4}{38,4L^4} = \frac{192\eta_1 b^3\phi_t^4}{38,4L^4}$$

Pretende-se calcular o diâmetro e espaçamento entre estribos para $\gamma = 1,2$ considerando-se a armadura sem emendas. Dessa forma, busca-se uma carga de flambagem, $P_{cr} = \gamma P_y$ e obtêm-se Γ_1 e η_1 .

$$P_{cr} = \gamma P_y = 104,4 \text{ kN} \Rightarrow \Gamma_1 = \frac{P_{cr} l^2}{E\phi_t^4} \Rightarrow \tag{42}$$

$$\Gamma_1 = 92,93 \Rightarrow \eta_1 = 2802,08$$

A partir da expressão (23) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = 6,38 \times 10^3 \tag{43}$$

Estipularam-se alguns valores para o espaçamento entre estribos de acordo com os limites impostos pela NBR 6118/2003. Para que a base elástica possa impedir a

flambagem da armadura longitudinal os diâmetros encontrados apresentam-se na Tabela 2. Os valores encontrados para o diâmetro do estribo foram altos, visto que este modelo é bastante flexível.

Tabela 2 - Dimensionamento dos estribos para o caso 1.

S (mm)	190	150	50
ϕ_t (mm)	33,18	31,28	23,77

• Caso 2

O modelo considerado apresenta-se na Figura 11 onde há um estribo suplementar (admitido como rígido) no meio de uma perna de estribo. O modelo simplificado para o cálculo da rigidez se encontra na Figura 12. As cargas localizadas na distância $2a$ ou $3a$ do apoio esquerdo na Figura 12 contribuem com a menor rigidez do estribo, e neste caso a rigidez torna-se:

$$K = \frac{250EI_t}{3b^3} \tag{44}$$

onde o vão livre de flexão é $b = 507 \text{ mm}$. Substituindo-se a expressão (44) no valor de η chega-se a:

$$\eta = \frac{kL^4}{EI} = \frac{83,33EI_tL^4}{b^3sEI} = \frac{83,33\phi_t^4L^4}{b^3s\phi_t^4} \tag{45}$$

Da expressão (45) tem-se:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{\eta b^3\phi_t^4}{83,33L^4} = \frac{192\eta_1 b^3\phi_t^4}{83,33L^4} = 367,46 \tag{46}$$

A partir da expressão (46) obtêm-se os valores apresentados na Tabela 3. Em relação ao caso 1, este modelo é mais rígido, porém ainda bastante flexível e de acordo com os resultados apresentados na Tabela 3, os valores encontrados para o diâmetro do estribo ainda são altos. Dessa forma busca-se um modelo que seja rígido a fim de que se possa obter valores razoáveis para o diâmetro e espaçamento dos estribos.

Tabela 3 - Dimensionamento dos estribos para o caso 2.

s (mm)	190	150	50
ϕ_t (mm)	16,26	15,32	11,64

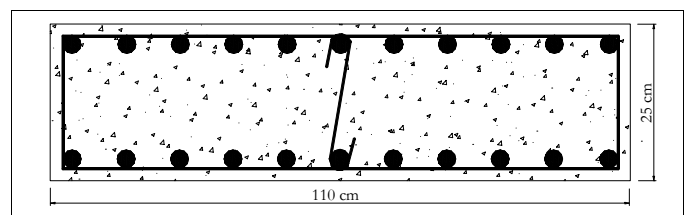


Figura 11 - Caso 2: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

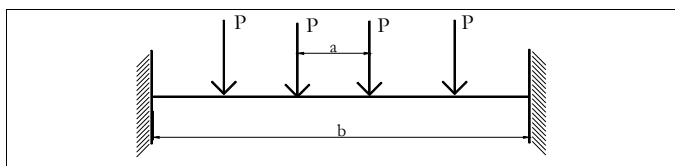


Figura 12 - Posições de cargas para cálculo da rigidez K referente ao caso 2.

• Caso 3

A Figura 13 apresenta o arranjo das armaduras na seção. Para o cálculo da rigidez K dos estribos, adotou-se o modelo apresentado na Figura 14. A expressão da rigidez para a barra menos restringida que se encontra mais distante do apoio fixo é:

$$K = \frac{6b^3 E I_t}{a^3 (21b^3 + 192a^2b - 128a^3 - 108b^2a)} \quad (47)$$

onde $b = 507 \text{ mm}$ e $a = 46 \text{ mm}$. A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos apresenta-se na expressão (48) sendo obtida a partir das expressões de η e K apresentadas em (8) e (47), respectivamente.

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{32\eta_1 \phi_t^4 [a^3 (21b^3 + 192a^2b - 128a^3 - 108b^2a)]}{b^3 L^4} \quad (48)$$

Nota-se através da Tabela 4 que os valores encontrados para o diâmetro apesar de ainda altos são bem menores em relação aos valores encontrados no caso 2.

Para todos os casos considerados até o presente, considerou-se valores de $\gamma = 1,2$ para o cálculo da carga de flambagem. Como o dimensionamento usual admite o valor de $\gamma = 1,0$, os cálculos foram repetidos com tal valor e os resultados encontrados também apresentam-se na Tabela 4.

Tabela 4 - Dimensionamento dos estribos para o caso 3.

s (mm)	ϕ_t (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	9,21	9,79
150	8,68	9,22
50	6,59	7,01

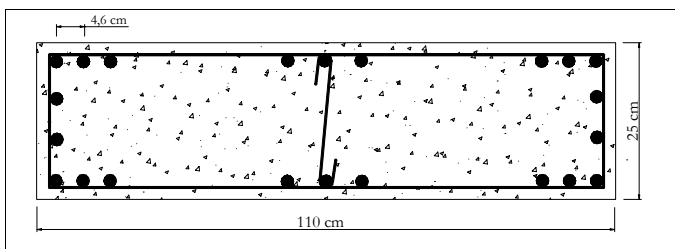


Figura 13 - Caso 3: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

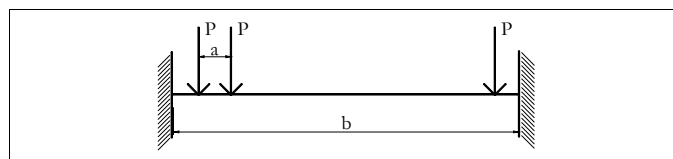


Figura 14 - Posições de cargas para cálculo da rigidez K referente ao caso 3.

• Caso 4

O arranjo das armaduras na seção transversal se apresenta na Figura 15. Os modelos simplificados para o cálculo da rigidez K dos estribos apresentam-se na Figura 16, onde a Figura 16.a representa o primeiro ou último trecho da seção e a Figura 16.b representa a parte entre estribos suplementares. Verificou-se que a maior flexibilidade encontrada foi para a barra do centro, e o valor da rigidez K para este caso é:

$$K = \frac{96 E I_t}{b^3} \quad (49)$$

onde $b = 184 \text{ mm}$. A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos obtida a partir das expressões de η e K apresentadas nas expressões (8) e (49), respectivamente é dada por:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{2\eta_1 \phi_t^4 b^3}{L^4} \quad (50)$$

Os resultados encontram-se nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5 - Dimensionamento dos estribos para o caso 4.

s (mm)	ϕ_t (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	6,90	7,34
150	6,50	6,92
50	4,94	5,25

Tabela 6 - Dimensionamento dos estribos para o caso 4.

ϕ_t (mm)	s (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
5	53	41
6,3	132	103

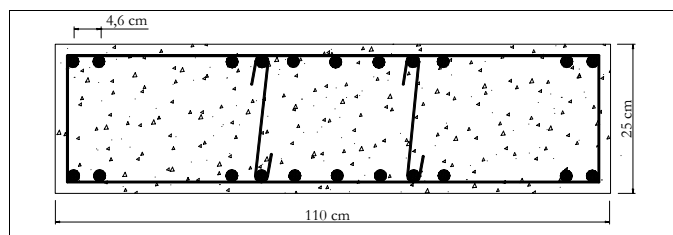


Figura 15 - Caso 4: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

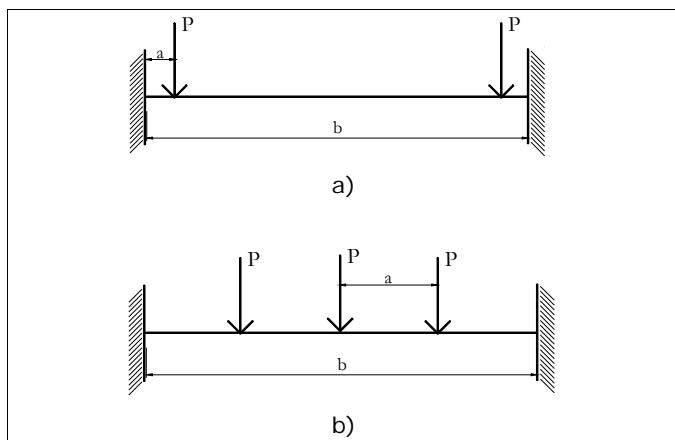


Figura 16 - Posições de cargas para cálculo da rigidez K referente ao caso 4.

• Caso 5

O modelo da Figura 17 se apresentou o mais favorável e econômico em termos de dimensionamento dos estribos. O modelo simplificado para o cálculo de K apresenta-se na Figura 18, onde o valor de $b = 338 \text{ mm}$, sendo K dada por:

$$K = \frac{6bEI_t}{a^3(2b-3a)} \tag{51}$$

A expressão para o cálculo do dimensionamento dos estribos obtida a partir das expressões de η e K apresentadas em (8) e (51), respectivamente, é dada por:

$$\frac{\phi_t^4}{s} = \frac{32\eta_1\phi_t^4 a^3(2b-3a)}{bL^4} \tag{52}$$

Os resultados apresentam-se na Tabela 7 para os valores de $\gamma = 1,0$ e $\gamma = 1,2$. verificou-se através dos cálculos que ao se definir o diâmetro do estribo como $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$, o espaçamento entre estribos fica bem maior do que o limite superior registrado na NBR 6118/2003. A partir deste modelo realizou-se um estudo para verificar a possibilidade de executá-lo com espaçamento duplo.

Calculou-se a rigidez média efetiva da base elástica como sendo a média dos valores da rigidez K calculada com estribos suplementares utilizando-se o modelo simplificado da Figura 18, que se apresenta na expressão (51), e a rigidez do modelo da Figura 17 sem estribos suplementares, como apresenta o modelo simplificado da Figura 19.

O valor da rigidez, K, para o modelo da Figura 19, correspondente a uma das cargas mais próximas do centro que é dada por:

$$K = \frac{54bEI_t}{(b^4 + 3b^2a - 9a^2b^2 + 18a^2b - 81a^4)} \tag{53}$$

O valor de $b = 1014 \text{ mm}$ e os resultados considerando-se a rigidez média da base elástica para a consideração de espaçamento duplo, com os valores de $\gamma = 1,0$ e $\gamma = 1,2$ apresentam-se na Tabela 8.

Tabela 7 - Dimensionamento dos estribos para o caso 5.

a) Cálculo do Diâmetro dos estribos

s (mm)	ϕ_t (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	5,48	5,83
150	5,16	5,49
50	3,92	4,17

b) Cálculo do espaçamento

ϕ_t (mm)	s (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
5	131	103
6,3	331	259

Tabela 8 - Dimensionamento dos estribos considerando-se espaçamento duplo para o caso 5.

a) Cálculo do diâmetro dos Estribos

s (mm)	ϕ_t (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
190	6,51	6,93
150	6,14	6,53
50	4,96	4,96

b) Cálculo do Espaçamento

ϕ_t (mm)	s (mm)	
	$\gamma = 1,0$	$\gamma = 1,2$
5	66	51
6,3	166	129

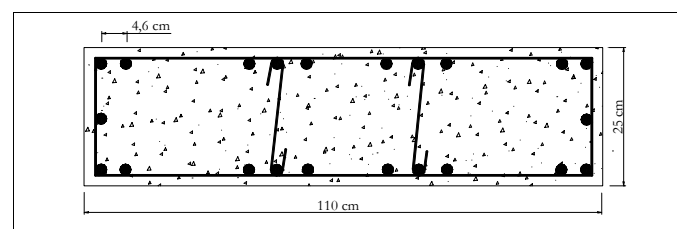


Figura 17 - Caso 5: Arranjo das armaduras na seção transversal do pilar P1.

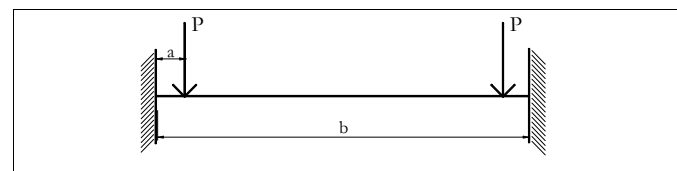


Figura 18 - Modelo simplificado para cálculo da rigidez K referente ao caso 5.

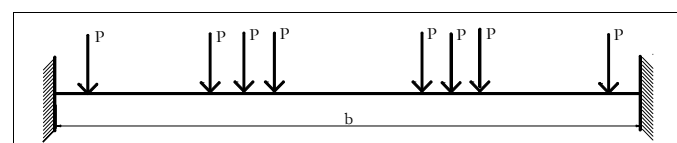


Figura 19 - Modelo simplificado para cálculo da rigidez K referente ao caso 2 sem estribos suplementares.

5 Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo analisar a flambagem das armaduras longitudinais em pilares de concreto armado submetidos a carregamento axial levando em conta o espaçamento entre os estribos, o diâmetro e arranjo dos estribos na seção transversal e o diâmetro das armaduras longitudinais.

Foram obtidos gráficos que relacionam o parâmetro de carga crítica da armadura longitudinal com o parâmetro de rigidez dos estribos, e verificou-se que o valor do parâmetro de carga, para altos valores do parâmetro de rigidez dos estribos, cresce quase que linearmente. Isto sugere a adoção de expressões simplificadas para projeto. Entretanto, o procedimento adotado neste trabalho parece suficientemente simples para uso rotineiro.

A partir da obtenção dos gráficos que relacionam o parâmetro de carga da armadura longitudinal com o parâmetro de rigidez dos estribos, mostrou-se interessante propor uma seqüência de projeto, caracterizando o dimensionamento racional dos estribos em pilares de concreto armado.

Os exemplos mostram que o resultado de tal procedimento pode se tornar compatível com os resultados existentes em normas de projeto atuais, por uma calibragem adequada dos parâmetros envolvidos.

Os valores calculados para o espaçamento e diâmetro dos estribos foram obtidos a partir da consideração de um modo de flambagem geral que poderia inclusive envolver vários estribos.

Foi mostrado, através de exemplos, que o procedimento adotado neste trabalho permite que se atinja a rigidez necessária (isto é, uma carga crítica superior à carga limite de compressão simples da barra longitudinal), com diversas variáveis: espaçamento entre os estribos, diâmetro dos estribos, diâmetro da armadura longitudinal, uso de estribos suplementares (em cada seção ou alternadamente), e reposicionamento das barras da armadura longitudinal. Estas duas últimas variáveis correspondem a variações no vão de flexão dos estribos. Foram discutidos ainda diversos arranjos da armadura transversal que fornecem maior rigidez e confinamento; tais arranjos são mais usuais em projetos buscando maior ductilidade sob ações sísmicas.

A NBR 6118/2003 garante que num estado limite a flambagem ocorreria entre dois estribos consecutivos. Porém, verifica-se a partir do presente estudo que a imposição da flambagem entre estribos consecutivos leva a valores desnecessariamente altos do parâmetro de carga, Γ , ao se admitir a redução do espaçamento dentro do procedimento racional aqui proposto.

O caso apresentado na Figura 17 mostrou que a concentração das barras longitudinais próximas dos cantos causa um aumento do parâmetro de rigidez dos estribos, já que há uma redução do vão de flexão dos estribos ao se aproximar as barras do canto. Assim, pode-se reduzir o número de estribos suplementares de forma racionalmente justificada.

Pode ainda ser considerada uma rigidez efetiva para o estribo como a média entre a rigidez calculada quando se consideram estribos suplementares e a rigidez calculada sem a consideração dos mesmos. Assim, dimensiona-se o estribo utilizando um espaçamento duplo, ou seja, a cada dois espaçamentos colocam-se estribos suplementares, o que pode ser benéfico na hora da concretagem.

Em resumo, propõe-se um projeto racional de armadura transversal, com uso de considerações relacionadas à flambagem da armadura longitudinal. Um eventual maior consumo de armadura pode ser compensado por melhores condições de execução de pilares, devido à redução de armaduras suplementares.

6 Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq.

7 Referencias Bibliográficas

- [1] BAZANT, Z. P.; CEDOLIN, L. Stability of Structures – Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage theories. Oxford University Press, New York, 1991.
- [2] BRESLER, B.; GILBERT, P. H. Tie Requirements for Reinforced Concrete Columns. ACI Journal. v.58, n.5, 1961; p.555-570.
- [3] BUFFONI, S. S. O. Estudo da Flambagem de Armaduras Longitudinais em Pilares de Concreto Armado, Rio de Janeiro, 2004, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, 249 p.
- [4] DYM, C. L.; SHAMES, I. H. Solid Mechanics - A Variational Approach. McGraw-Hill-Kogakusha, Ltd . Tokyo, 1973.
- [5] KAAR, P. H.; CORLEY, W. G. Properties of Confined Concrete for design of Earthquake Resistant Structures. Proc. 6th World Conf. on Earthquake Engrg. Indian Society of Earthquake, 1977.
- [6] MOEHLE, J. P.; CAVANAGH, T. Confinement Effectiveness of Crossties in RC. Journal of Structural Engineering, v.111, n.10, 1985; p.2105-2120.
- [7] NBR-6118/2003. Projeto e execução de obras de concreto armado.
- [8] PFISTER, J. F. Influence of Ties on the Behavior of Reinforced Concrete Columns. Journal of the American Concrete Institute, v. 61, n.5, 1964; p.521-536.
- [9] QUEIROGA, M. V. M. Análise Experimental de Pilares de Concreto de Alto Desempenho Submetidos à Compressão Simples. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, EESC – USP, 1999.
- [10] QUEIROGA, M. V. M. ; GIONGO, J. S. Resistência e Ductilidade de Modelos de Pilares de Concreto de Alta Resistência Submetidas à Compressão Simples. IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 2000.
- [11] SHEIKH, S. A.; UZUMERI, S. M. Strength and Ductility of Tied Concrete Columns. Journal of Structural Division, Vol. 106, No ST5, ASCE, pp. 1079-1102, 1980.
- [12] SCOTT, B. D.; PARK, R.; PRIESTLEY, J. N. Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates . ACI Journal, Vol. 79, No. 2, pp. 13-27, 1982.
- [13] SCRIBNER, C. F. Reinforcement Buckling in Reinforced Concrete Flexural Members. ACI Journal, Vol. 83, No. 6, pp. 966-973, 1986.
- [14] VALLENAS, J.; BERTERO, V. V.; POPOV, E. P. Concrete Confined by Rectangular Hoops and Subjected to Axial Loads. Report No. UCB/EERC-77/13, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley – Ca, 1977.